

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ СТАВРОПОЛЬСКОГО КРАЯ  
Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение  
«Ставропольский строительный техникум»

Цикловая комиссия естественно-математических дисциплин

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ  
ПО ВЫПОЛНЕНИЮ  
ВНЕАУДИТОРНОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**  
по дисциплине «ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА»  
для студентов заочной формы обучения

специальностей

- 08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений
- 08.02.08 Монтаж и эксплуатация оборудования и систем газоснабжения
- 08.02.07 Монтаж и эксплуатация внутренних сантехнических устройств,  
кондиционирования воздуха и вентиляции

Ставрополь, 2021


РАССМОТРЕНО

на заседании цикловой комиссии  
Естественно-математических  
дисциплин

Протокол № 1

«31» августа 2021 г.

Председатель цикловой комиссии

 /Н.Б. Берлова/

**УТВЕРЖДЕНО**

Методическим советом

ГБПОУ ССТ

Протокол № 1

«31» августа 2021 г.

**СОГЛАСОВАНО**

Л. В. Белоусова,

заместитель директора по УМРК

«31» августа 2021 г.



**Рецензент:**

Л.В. Печалова, методист ЦМКиМР ГБПОУ ССТ.

«31» августа 2021 г.



**Автор-разработчик:**

Н.В. Корякина,

преподаватель дисциплины

Техническая механика ГБПОУ ССТ.

«31» августа 2021 г.



**Содержание**

1. Цели и задачи самостоятельной работы обучающихся	4
2. Введение	5
3. Программа дисциплины	6
4. Методические рекомендации к выполнению практической работы	20
5. Список рекомендуемой литературы	29

## **Цели и задачи самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся – планируемая учебная, учебно-исследовательская, а также научно-исследовательская деятельность, которая выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя. Изучение технической механики способствует развитию у учащихся диалектико-материалистического мировоззрения. Знания и навыки, полученные при изучении этого предмета, являются основой для освоения смежных специальных дисциплин.

Важное значение имеет самостоятельная работа обучающихся, создающая условия для формирования готовности и умения использовать различные средства информации с целью усвоения и закрепления необходимых знаний.

Перед выполнением самостоятельной внеаудиторной работы обучающимися преподаватель проводит инструктаж (консультацию) с определением целей задания, его содержания, сроков выполнения, основных требований к результатам работы, критериев оценки, форм контроля и перечня литературы.

Основными видами самостоятельной внеаудиторной работы обучающихся являются:

- 1) самостоятельное изучение учебного материала,
- 2) самостоятельное выполнение заданий и упражнений.

## Введение

Методические рекомендации по организации самостоятельной внеаудиторной работы обучающихся по дисциплине «Техническая механика» предназначены для обучающихся заочной формы обучения профессиональных образовательных организаций, реализующих образовательную программу среднего (полного) общего образования в рамках подготовки квалифицированных рабочих и специалистов среднего звена.

Цель методических рекомендаций - оказание помощи обучающимся заочной формы обучения в выполнении самостоятельной внеаудиторной работы по дисциплине «Техническая механика».

Методические рекомендации содержат указания, которые позволят обучающимся самостоятельно овладеть фундаментальными знаниями, умениями по предмету техническая механика, опытом творческой и исследовательской деятельности, и направлены на формирование следующих компетенций: выбор типовых методов и способов выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

Программа учебной дисциплины «Техническая механика» включает содержание учебного материала, последовательность его изучения, виды самостоятельных работ, учитывая специфику программ подготовки квалифицированных рабочих, служащих и специалистов среднего звена, осваиваемой профессии или специальности.

Предмет «Техническая механика» состоит из двух разделов: «Теоретическая механика», «Сопrotивление материалов». Цель изучения учебной дисциплины - овладение студентами следующих знаний и умений:

- Знать и уметь использовать аксиомы и теоремы статики для определения реакций опор и усилий в стержнях плоских ферм, определять параметры движения точки и твердого тела при различных способах его задания, знать и уметь использовать законы и общие теоремы динамики, строить эпюры сил и моментов, рассчитывать напряжения и деформации, характеристики круглых и прямоугольных сечений.

- Уметь рассчитывать силы, моменты, реакции опор и усилий в элементах плоских ферм; параметры движения точки и твердого тела; напряжений и деформаций в элементах конструкций при различных видах нагрузок.

- Иметь представление о колебательном движении материальной точки, явлении резонанса, количестве движения, импульсе силы, кинетическом моменте; расчете статически неопределенных систем; проверке прочности материала при сложном напряженном состоянии; устойчивости элементов конструкций.

Для проверки знаний студентов по окончании изучения дисциплины запланирован экзамен.

Пособие содержит программу предмета, перечень учебной литературы, задания для самостоятельных работ и методические указания по их выполнению.

Изучение учебного материала должно предшествовать выполнению контрольной работы. Сперва необходимо ознакомиться с содержанием программы и подобрать рекомендованную учебную литературу; изучить материал каждой темы задания, т.е. разобраться с основными понятиями, определениями, законами, правилами, затем кратко законспектировать основные положения, доказательства и правила. Далее закрепить усвоение материала путем разбора решенных задач, а также самостоятельным решением возможно большего числа задач.

Учебная дисциплина «Техническая механика» изучается в объеме 130 часов: обязательная аудиторная - 24 часа, из них обзорные и установочные занятия - 6 часов, практические занятия – 18 часов. Итоговый контроль по дисциплине в форме экзамена.

## Программа учебной дисциплины, перечень учебной литературы, методические указания, вопросы к экзамену

Материал программы дисциплины «Техническая механика» разделен на две части: Статика, Основы сопротивления материалов.

Каждая тема прорабатывается в два этапа: изучение учебного материала и ответы на вопросы самоконтроля, выполнение практического задания.

Практические задания выполняются обучающимися самостоятельно в тетрадях для самостоятельной внеаудиторной работы (тетрадь 12 листов), чертежи делаются карандашом, с применением линейки и транспортира.

### Программа дисциплины

Содержание технической механики. Роль и значение механики в технике. Материя и движение. Механическое движение. Равновесие. Теоретическая механика и ее разделы: статика, кинематика, динамика.

#### Раздел I. Теоретическая механика.

##### Статика

##### Тема 1.1. Основные понятия и аксиомы статики.

Должен знать: Материальная точка. Абсолютно твердое тело. Сила; сила как вектор, способы измерения силы и ее единицы; сила тяжести. Система сил. Эквивалентные системы сил. Равнодействующая сила. Силы внешние и внутренние. Основные задачи статики. Первая аксиома статики (закон инерции). Вторая аксиома (условия равновесия двух сил). Третья аксиома (принцип присоединения и исключения уравновешенных сил). Перенос силы вдоль линии ее действия (сила — скользящий вектор). Четвертая аксиома (правило параллелограмма). Пятая аксиома (закон равенства действия и противодействия). Свободное и несвободное тело. Связи. Реакции идеальных связей и определение их направлений.

#### Вопросы для самоконтроля:

1. Дайте определение понятию «Сила».
2. Какие системы сил называют эквивалентными?
3. В чем сходство между равнодействующей и уравновешивающей силами и чем они отличаются друг от друга?
4. Перечислите основные виды опор.
5. Какие разновидности связей рассматриваются в статике?

#### Рекомендуемая литература:

ОЛ1: стр. 8-17, ОЛ2: стр. 9-21.

##### Тема 1.2. Плоская система сходящихся сил.

Должен знать: Система сходящихся сил. Определение модуля и направления равнодействующей двух сил, приложенных в одной точке. Разложение силы на две составляющие, приложенные в той же точке. Сложение плоской системы сходящихся сил. Силовой многоугольник. Проекция силы на ось; правило знаков. Проекции силы на две взаимно перпендикулярные оси. Аналитическое определение равнодействующей плоской системы сходящихся сил (метод проекций). Геометрическое условие равновесия плоской системы сходящихся сил. Аналитические условия равновесия плоской системы сходящихся сил (уравнения равновесия). Стержневые системы с идеальными шарнирами, нагруженные в шарнирах.

Должен уметь: Составлять уравнения равновесия, определять реакции опор в плоской системе сходящихся сил.

#### Вопросы для самоконтроля:

1. Что является проекцией силы на ось?

- Сколько уравнений равновесия можно составить для уравновешенной системы сходящихся сил и какие?
- Сформулируйте теорему о равновесии трех непараллельных сил, действующих на тело в одной плоскости.
- Рациональная система координат это...
- Система сходящихся сил уравновешена, когда силовой многоугольник...

### Рекомендуемая литература:

ОЛ2, с.30-47; ДЛ1, с.42-62; ДЛ2, с.28-30.

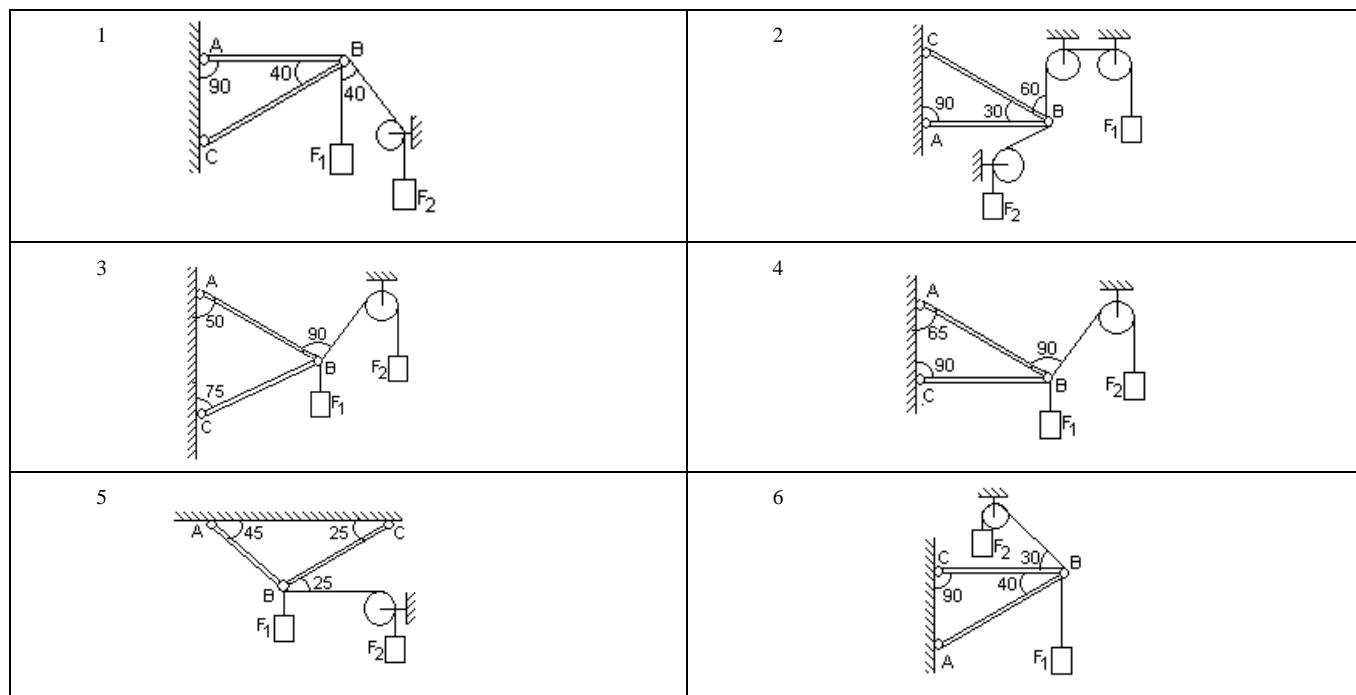
### Практическое задание:

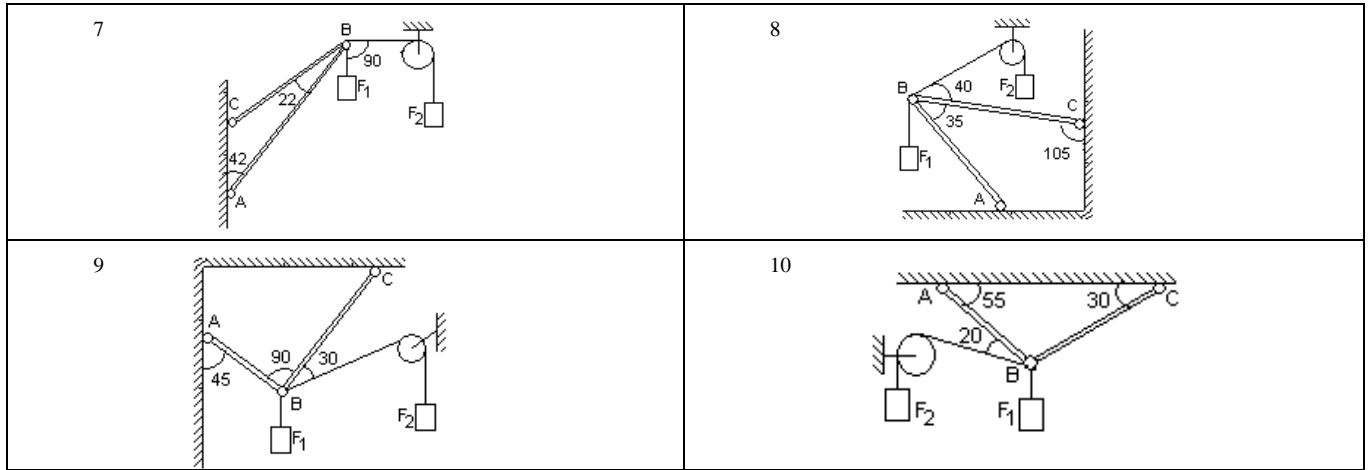
**Задача №1.** Определить реакции стержней, удерживающих грузы  $F_1$  и  $F_2$ . Массой стержня пренебречь. Схему своего варианта см. на рис 1. Числовые данные своего варианта взять из табл.1.

Таблица 1.

№ варианта	№ схемы	$F_1$ , кН	$F_2$ , кН	№ варианта	№ схемы	$F_1$ , кН	$F_2$ , кН
1, 11, 21, 31	1	0,4	0,5	6, 16, 26, 36	6	0,8	0,4
2, 12, 22, 32	2	0,3	0,8	7, 17, 27, 37	7	0,4	0,2
3, 13, 23, 33	3	0,6	0,4	8, 18, 28, 38	8	1,2	0,8
4, 14, 24, 34	4	0,2	0,5	9, 19, 29, 39	9	0,8	1,0
5, 15, 25, 35	5	0,5	0,8	10, 20, 30, 40	10	0,9	0,6

Рисунок 1.





### Тема 1.3. Пара сил.

Должен знать: Пара сил. Вращающее действие пары сил на тело. Плечо пары, момент пары, знак момента. Момент как вектор. Эквивалентность пар. Возможность переноса пары в плоскости ее действия (момент пары - свободный вектор). Сложение пар. Условие равновесия пар.

Должен уметь: Находить момент пары сил.

#### Вопросы для самоконтроля:

1. Парой сил называется...
2. Момент пары сил численно равен...
3. Как определяется знак момента сил и пары сил?
4. Дать определение понятию «плечо» силы.
5. В каких случаях момент силы равен нулю?
6. Можно ли заменить действие пары сил на тело действием одной силы?
7. Запишите формулу определения момента силы относительно точки.

#### Рекомендуемая литература:

ОЛ1, с.26-33, ОЛ 2, с.48-58.

### Тема 1.4. Плоская система произвольно расположенных сил.

Должен знать: Вращающее действие силы на тело. Момент сил относительно точки. Приведение силы к данному центру. Приведение плоской системы сил к данной точке, главный вектор и главный момент плоской системы сил. Равнодействующая плоской системы сил. Теорема Вариньона. Частные случаи приведения плоской системы сил. Равновесие плоской системы сил. Условия равновесия. Уравнения равновесия произвольной плоской системы сил (три вида). Уравнения равновесия плоской параллельных сил (два вида). Рациональный выбор направления координатных осей и центра моментов при решении задач. Балочные системы. Классификация нагрузок: сосредоточенные силы, сосредоточенные пары сил, распределенные нагрузки. Виды опор балочных систем (свободное опирание, шарнирно - подвижная, шарнирно-неподвижная, жесткое защемление), опорные реакции, момент защемления. Связи с трением. Отклонение направления реакции связи от нормали к поверхности; сила трения, коэффициент трения. Контур трения. Условия самоторможения.

Должен уметь: Составлять расчетные схемы для балочных систем, составлять уравнения равновесия, определять реакции опор балочной системы.

#### Вопросы для самоконтроля:

1. Чему равен главный вектор системы сил?
2. Чему равен главный момент системы сил при приведении ее к точке?

3. Запишите значения главного вектора и главного момента, если тело находится в равновесии.
4. Запишите основную форму уравнения равновесия.
5. По способу приложения нагрузки делятся на...
6. Для равновесия произвольной плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы...
7. Перечислите виды опор балочных систем.

### Рекомендуемая литература:

ОЛЗ, с.28-35; ДЛ 1, с.78-80; ДЛ 2, с.37-53.

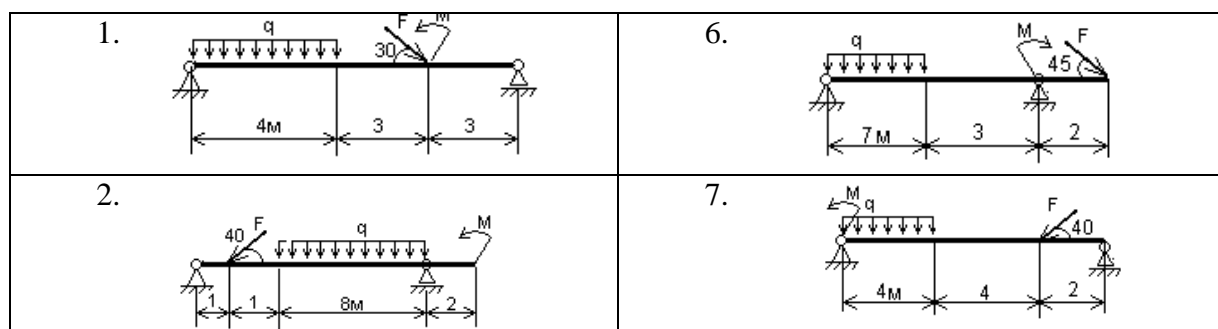
### Практическое задание:

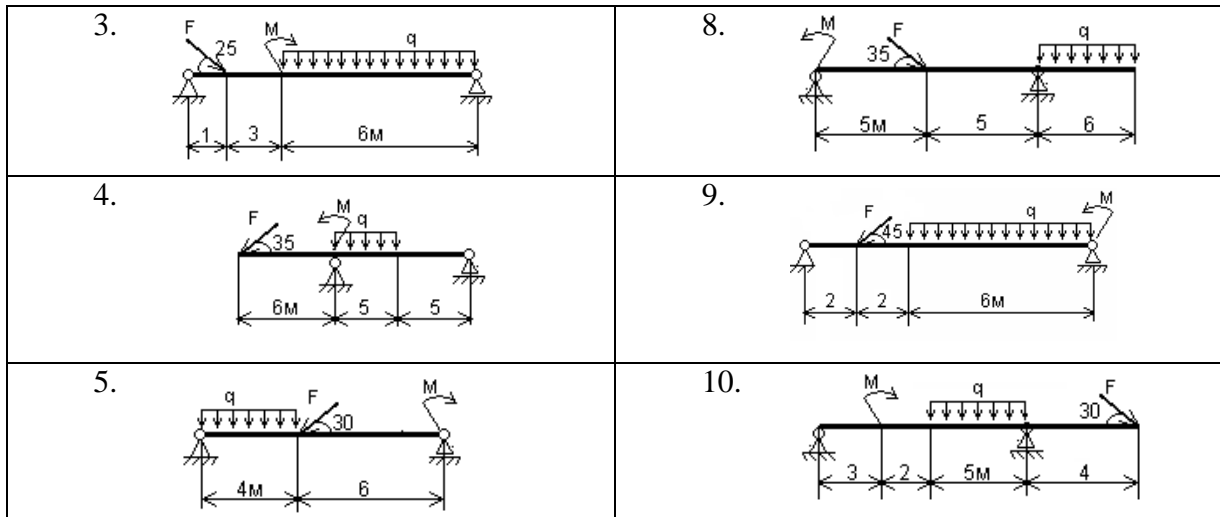
**Задача №2.** Определить реакции опор двухопорной балки (рис 2.). Данные своего варианта взять из таб. 2.

**Таблица 2. Данные к задаче**

№ схемы	№ вар	q, Н/м	F, Н	M, Нм	№ схемы	№ вар	q, Н/м	F, Н	M, Нм
1	1	5	40	10	6	6	8	12	20
	11	2	25	20		16	3,5	10	45
	21	10	16	14		26	0,5	8	10
	31	1,5	50	30		36	0	15	50
2	2	1	60	54	7	7	2	50	35
	12	4,5	20	85		17	4	10	5
	22	2	15	0		27	6	12	8
	32	5	2,5	100		37	8	15	50
3	3	5	80	25	8	8	4	18	15
	13	2,5	15	10		18	6,5	24	20
	23	4	30	20		28	10	16	12
	33	10	55	40		38	2,5	20	25
4	4	4	10	8	9	9	4	15	2
	14	1	12	10		19	1,5	40	15
	24	12	16	15		29	1	20	18
	34	8	20	12		39	10	16	25
5	5	5	50	35	10	10	4	50	10
	15	4,5	35	30		20	6	65	8
	25	8	25	20		30	2	80	100
	35	1,5	10	8		40	18	10	15

**Рисунок 2. Схема к задаче**





### Тема 1.5. Пространственная система сил.

Должен знать: Параллелепипед сил. Проекция силы на взаимно перпендикулярные координатные оси. Равнодействующая пространственной системы сходящихся сил. Равновесие пространственной системы сходящихся сил. Момент силы относительно оси. Общий случай действия пространственной системы. Понятие о главном векторе и главном моменте пространственной системы. Шесть уравнений равновесия пространственной системы параллельных сил (без выводов). Три уравнения равновесия пространственной системы параллельных сил. Применение уравнений равновесия для различных случаев пространственно нагруженных валов (в частности, редукторных).

Должен уметь: Составлять расчетные схемы для пространственной системы сил. Составлять уравнения равновесия для различных случаев пространственно нагруженных валов, определять реакции опор валов.

#### Вопросы для самоконтроля:

1. Какие уравнения и сколько можно составить для уравновешенной пространственной системы сходящихся сил?
2. Почему при определении момента силы относительно оси нужно обязательно проецировать силу на плоскость, перпендикулярную оси?
3. Как нужно расположить ось, чтобы момент данной силы относительно этой оси равнялся нулю?
4. Какие уравнения и сколько можно составить для уравновешенной системы параллельных сил, расположенных в пространстве?
5. Какие уравнения и сколько можно составить для уравновешенной системы сил, расположенной в пространстве как угодно?

#### Рекомендуемая литература:

ОЛЗ, с.40-41.

### Тема 1.6. Центр тяжести.

Должен знать: Центр параллельных сил и его свойство. Формулы для определения положения центра параллельных сил. Центр тяжести тела. Формула для определения положения центра тяжести тела, составленного из тонких однородных пластинок (площадей) и из тонких стержней (линий). Положение центра тяжести тела, имеющего плоскость или ось симметрии. Положение центров тяжести простых геометрических фигур и линий; прямоугольника, треугольника, дуги, окружности (без вывода), кругового сектора. Определение положения центров тяжести тонких пластинок и сечений, составленных из простых геометрических фигур и из стандартных профилей проката. Статический момент сечения. Условие равновесия

твёрдого тела, имеющего неподвижную точку или ось вращения. Устойчивое, неустойчивое, безразличное равновесие. Условие равновесия тела, имеющего опорную плоскость. Момент опрокидывания и момент устойчивости. Коэффициент устойчивости.

Должен уметь: Находить положение центра тяжести пластинок и сечений, составленных из простых геометрических фигур и из стандартных профилей проката. Определять момент опрокидывания и момент устойчивости.

### Вопросы для самоконтроля:

1. Сила тяжести - это...
2. Центр тяжести фигуры, имеющей ось симметрии, находится...
3. Для определения центра тяжести сложных фигур необходимо...
4. Как в решении задач на определение центра тяжести рассматриваются полости, отверстия?
5. Запишите формулы для определения координат центра тяжести.

### Рекомендуемая литература:

ОЛ2, с.82-91; ОЛ3, с.42-45, ДЛ2, с.73-78.

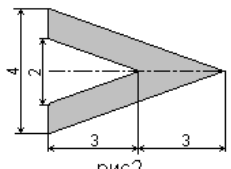
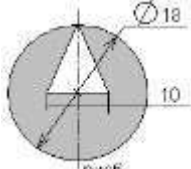
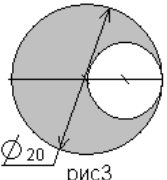
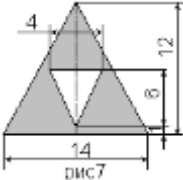
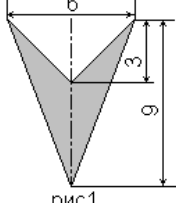
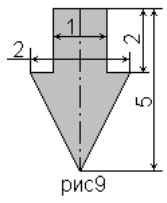
### Практическое задание:

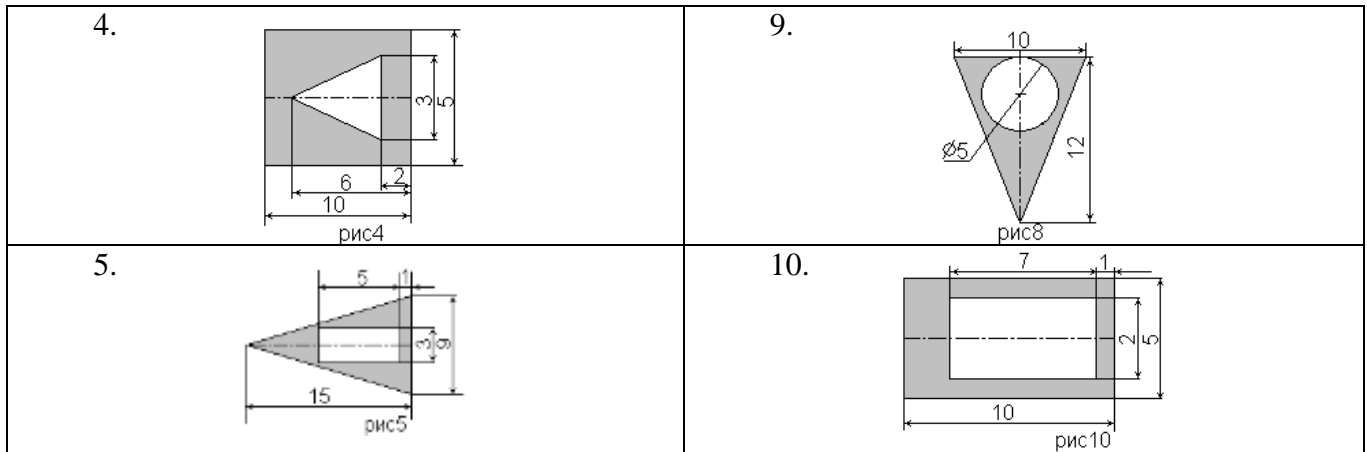
**Задача №3.** Определить положение центра тяжести для тонкой однородной пластины, форма и размеры которой, в сантиметрах, показаны на рис 3. Схему сечения для задачи своего варианта взять из табл. 3

Таблица 3

№ вар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
№ схемы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
№ вар	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
№ схемы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Рисунок. 3 Схема к задаче

1.		6.	
2.		7.	
3.		8.	



## Раздел 2. Сопротивление материалов

### Тема 2.1. Основные положения.

*Должен знать:* Деформируемое тело. Основные задачи сопротивления материалов; предварительные понятия о расчетах на прочность, жесткость и устойчивость. Классификация нагрузок: поверхностные и объемные, статические, динамические и переменные. Основные гипотезы и допущения, применяемые в сопротивлении материалов, о свойствах деформируемого тела (однородность, изотропность, непрерывность строения) и характере деформации (принцип начальных размеров, линейная зависимость между нагрузками и вызываемыми ими перемещениями). Принцип независимости действия сил. Геометрические схемы элементов конструкций: брус, оболочка, пластина, массивное тело. Метод сечений. Применение метода сечений для определения внутренних силовых факторов, возникающих в поперечных сечениях бруса. Основные виды нагружения (деформированные состояния) бруса; внутренние силовые факторы в этих случаях. Напряжение полное, нормальное, касательное. Первичное понятие о напряженном состоянии в точке тела.

#### Вопросы для самоконтроля:

1. Что называется прочностью, жесткостью и устойчивостью детали (конструкции)?
2. Какие деформации называются упругими?
3. Какие деформации называются пластическими?
4. Перечислите основные виды простейших деформаций.
5. Какова цель применения метода сечений?
6. Запишите формулу для определения напряжения.
7. Что означает свойство идеальной упругости материала?

#### Рекомендуемая литература:

ОЛ1, с.172-178; ОЛ2, с.100-112; ДЛ2, с.89-96.

### Тема 2.2. Растяжение и сжатие.

*Должен знать:* Продольные силы и их эпюры. Гипотеза плоских сечений. Нормальные напряжения в поперечных сечениях бруса; эпюры нормальных напряжений. Принцип Сен-Венана. Продольные и поперечные деформации при растяжении (сжатии). Закон Гука. Модуль продольной упругости. Коэффициент поперечной деформации (коэффициент Пуассона). Жесткость сечений и жесткость бруса при растяжении и сжатии. Определение осевых перемещений поперечных сечений бруса. Анализ напряженного состояния при одноосном растяжении (сжатии). Максимальные касательные напряжения. Испытания материалов на растяжение и сжатие при статическом нагружении. Диаграмма растяжения низкоуглеродистой стали и ее характерные параметры: пределы пропорциональности, текучести, прочности (временное сопротивление). Характеристики пластических свойств: относительное удлинение при разрыве, относительное поперечное сужение. Закон разгрузки и повторного нагружения. Понятие об условном пределе текучести. Диаграммы растяжения хрупких материалов. Меха-

нические свойства пластичных и хрупких материалов при сжатии. Коэффициент запаса прочности при статической нагрузке по пределу текучести и по пределу прочности. Основные факторы, влияющие на выбор требуемого коэффициента запаса. Допускаемые напряжения. Расчеты на прочность: проверка прочности, определение допускаемой нагрузки (проверочные расчеты), определение требуемых размеров поперечного сечения бруса (проектировочные расчеты). Статически неопределимые системы с элементами, работающими на растяжение (сжатие). Уравнения статики и уравнения перемещений. Температурные напряжения в статически неопределимых системах.

*Должен уметь:* Производить расчет на прочность бруса при растяжении, определять относительное удлинение бруса при растяжении (сжатии).

#### Вопросы для самоконтроля:

1. Сформулируйте закон Гука.
2. Запишите формулу для расчета нормальных напряжений при растяжении и сжатии.
3. Что показывает эпюра продольной силы?
4. Как изменится величина напряжения, если площадь поперечного сечения возрастет в 4 раза?
5. Модуль упругости  $E$  характеризует...
6. Как назначаются знаки продольной силы и нормального напряжения?

#### Рекомендуемая литература:

ОЛ2, с.113-117; ОЛ3, с.63-69; ДЛ1, с.186-202; ДЛ2, с.121-128.

#### Практическое задание:

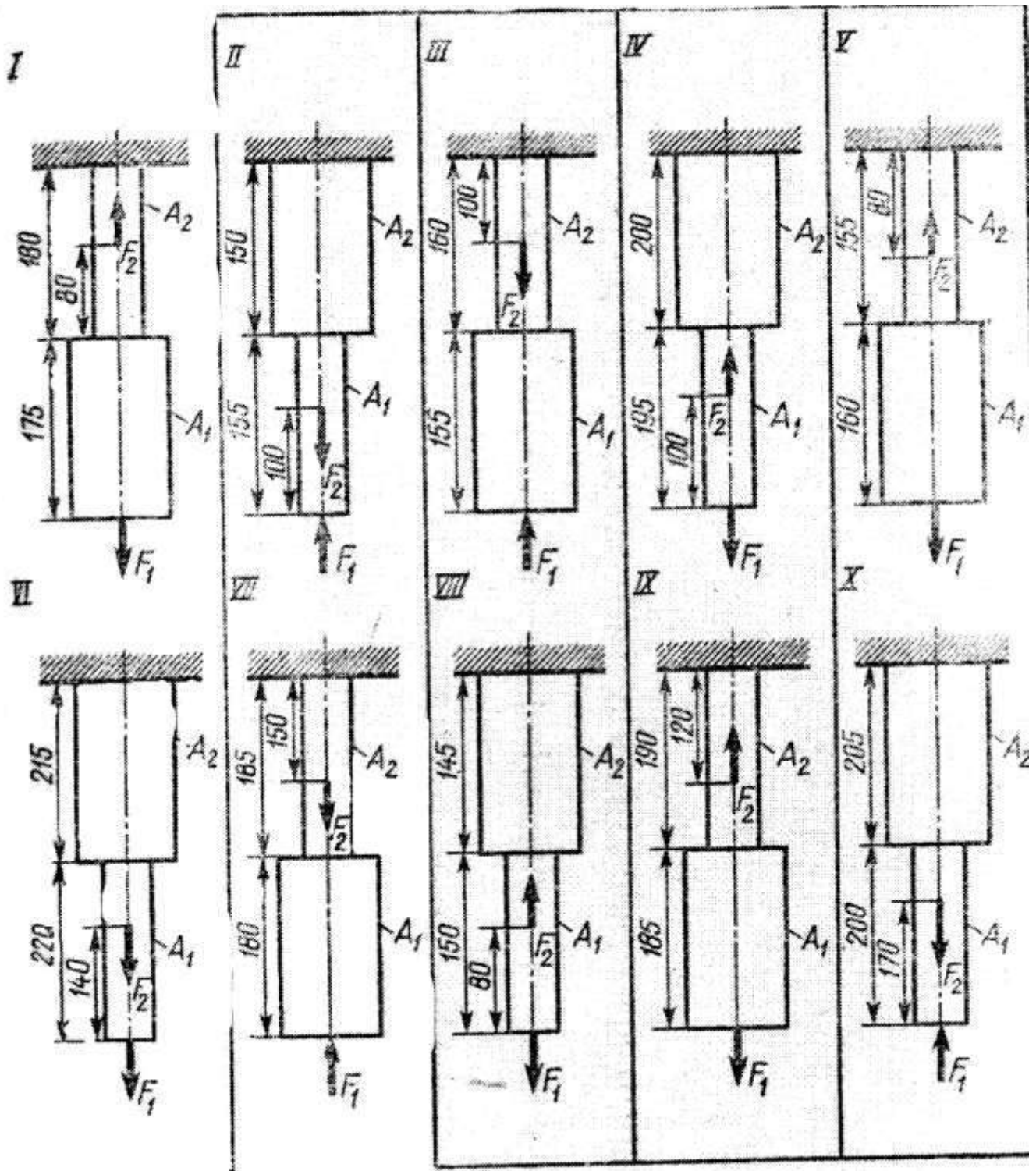
##### Задача №4.

Двухступенчатый стальной брус, длины ступеней которого указаны на рис 4, нагружен силами  $F_1$  и  $F_2$ . Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса. Определить удлинение (укорочение) бруса, приняв  $E=2 \cdot 10^5$  МПа. Числовые значения сил  $F_1$  и  $F_2$ , а также площадей поперечных сечений ступеней  $A_1$  и  $A_2$  для своего варианта взять из табл.4

Таблица 4. Данные к задаче

№ схемы	№ вар	$F_1$ , кН	$F_2$ , кН	$A_1$ , см <sup>2</sup>	$A_2$ , см <sup>2</sup>	№ схемы	№ вар	$F_1$ , кН	$F_2$ , кН	$A_1$ , см <sup>2</sup>	$A_2$ , см <sup>2</sup>
1	1, 21	10	20	1,2	0,8	1	11, 31	12	10	1,2	0,8
2	2, 22	3,3	8	0,4	0,5	2	12, 32	4	9,2	0,5	0,6
3	3, 23	15	30	2,1	1,6	3	13, 33	14	18	2,3	2,1
4	4, 24	10,8	29	1,8	2,0	4	14, 34	8	18	2,0	3,0
5	5, 25	3,5	12	2,5	1,8	5	15, 35	27	27	2,8	2,0
6	6, 26	6	3	0,4	0,8	6	16, 36	3	6	0,5	0,9
7	7, 27	16	8	1,4	0,4	7	17, 37	8,3	30,5	1,5	0,8
8	8, 28	14	16	2,4	2,8	8	18, 38	16	12	1,1	3,0
9	9, 29	22	30,6	2,7	2,1	9	19, 39	10,8	30	2,8	2,4
10	10, 30	12	30	2,1	2,5	10	20, 40	14	40	2,0	2,6

Рисунок 4



### Тема 2.3. Практические расчеты на срез и смятие.

*Должен знать:* Срез; основные расчетные предпосылки, расчетные формулы. Смятие; условия расчета, расчетные формулы.

*Должен уметь:* Производить расчеты на срез и смятие соединений заклепками, болтами, штифтами и т. д.

#### Вопросы для самоконтроля:

1. Сдвиг - это...
2. Сформулируйте закон парности касательных напряжений.
3. Какие внутренние силовые факторы возникают при сдвиге и смятии?

4. Запишите закон Гука при сдвиге.
5. Укажите единицы измерения напряжений сдвига и смятия.
6. Запишите условия прочности на срез и смятие.

#### Рекомендуемая литература:

ОЛ2, с.150-156; ОЛ3, с.76-80.

#### Тема 2.4. Сдвиг и кручение.

*Должен знать:* Чистый сдвиг. Закон парности касательных напряжений. Деформация сдвига. Закон Гука для сдвига. Модуль сдвига. Зависимость между тремя упругими постоянными для изотропного тела (без вывода). Крутящий момент и построение эпюр крутящих моментов. Кручение прямого бруса круглого поперечного сечения. Основные гипотезы. Напряжения в поперечном сечении бруса. Угол закручивания. Полярные моменты инерции и сопротивления для круга и кольца. Характер разрушения при кручении брусков из различных материалов.

*Должен уметь:* Производить расчеты на прочность и жесткость при кручении. Делать сравнение прочности и жесткости при кручении брусков круглого сплошного и кольцевого поперечных сечений. Производить расчет цилиндрических винтовых пружин растяжения и сжатия. Определять расчетные напряжения и изменения высоты пружины. Составлять проектирование пружин по заданной рабочей характеристике.

#### Вопросы для самоконтроля:

1. Сформулируйте закон Гука при сдвиге. Каков физический смысл модуля сдвига  $G$ ?
2. Как нужно нагрузить брус, чтобы он работал только на кручение?
3. Если изогнуть балку выпуклостью вниз, то изгибающий момент имеет знак...
4. В каком месте на эпюре изгибающих моментов возникает скачок?
5. Как очерчивается эпюра моментов на участке, нагруженном распределенной нагрузкой?
6. Можно ли по внешнему виду отличить винтовую пружину сжатия от винтовой пружины растяжения?

#### Рекомендуемая литература:

ОЛ2, с.175-182; ДЛ1, с.305-307; ДЛ2, с.197-204.

#### Практическое задание:

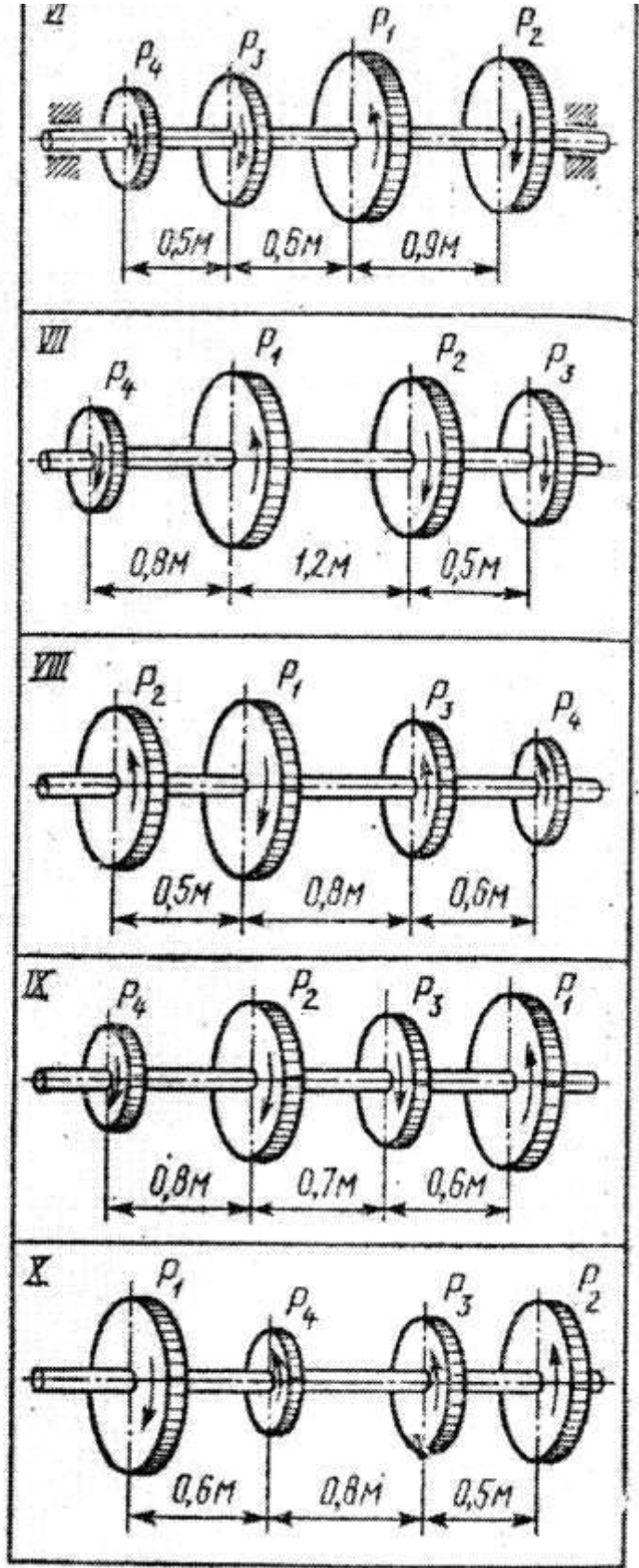
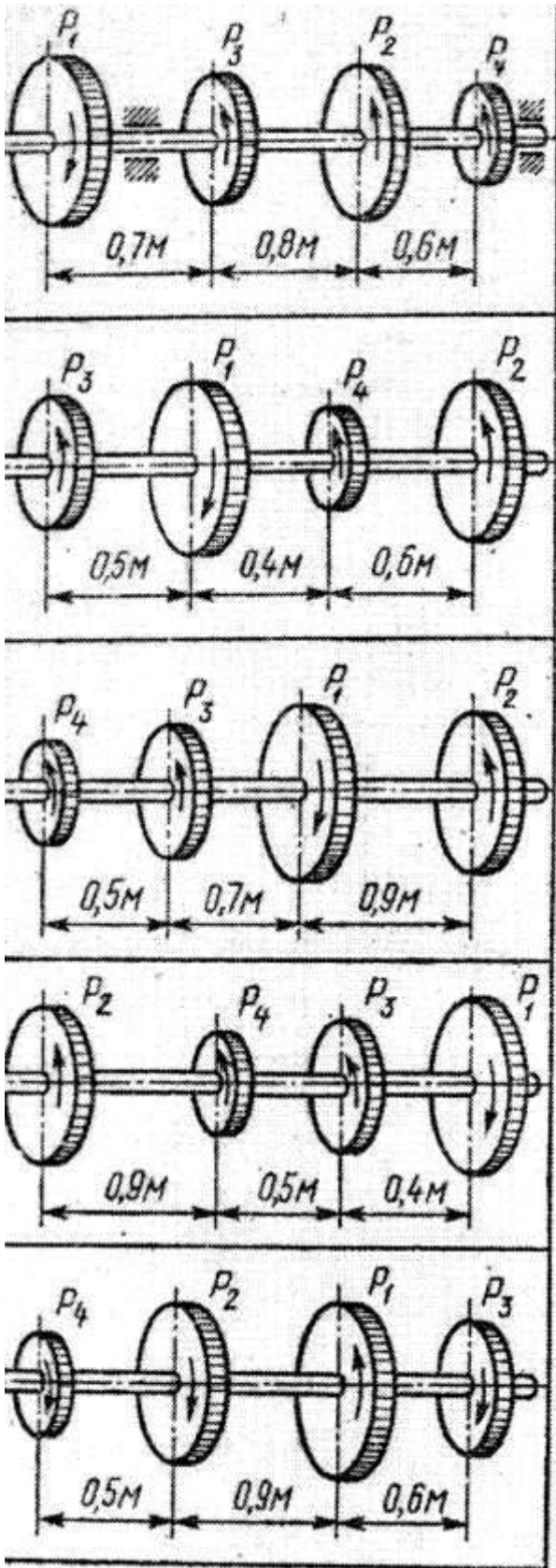
##### Задача №5.

Для одной из схем по рис 5, построить эпюру крутящих моментов и полный угол закручивания. Считать что мощность на зубчатых колесах  $P_2=0,5P_1$ ,  $P_3=0,3P_1$ ,  $P_4=0,2P_1$ . Полученное расчетное значение диаметра (в мм) округлить до ближайшего большего числа, оканчивающегося на 0,2,5,8. Данные своего варианта взять из табл.5.

Таблица 5 Данные к задаче

№ схемы	№вар	$\Omega$ , рад/с	$P$ , кВт	№ схемы	№вар	$\Omega$ , рад/с	$P$ , кВт
1	1, 21	20	30	1	11, 31	30	22
2	2, 22	40	18	2	12, 32	35	40
3	3, 23	24	12	3	13, 33	48	18
4	4, 24	22	14	4	14, 34	40	16
5	5, 25	35	32	5	15, 35	15	60
6	6, 26	40	18	6	16, 36	50	40
7	7, 27	45	10	7	17, 37	42	20
8	8, 28	18	40	8	18, 38	18	38
9	9, 29	10	25	9	19, 39	50	30
10	10, 30	31	27	10	20, 40	35	32

Рисунок 5



### Тема 2.5. Геометрические характеристики плоских сечений.

*Должен знать:* Осевые, центробежные и полярные моменты инерции. Связь между осевыми и полярными моментами инерции. Связь между осевыми моментами инерции относительно параллельных осей. Главные оси и главные центральные моменты инерции. Осевые моменты инерции простейших сечений: прямоугольника, круга, кольца.

*Должен уметь:* Определять главные центральные моменты инерции составных сечений, имеющих ось симметрии.

#### Вопросы для самоконтроля:

1. Почему статический момент любого сечения относительно центральной оси равен нулю?
2. Моментом инерции сечения называется...
3. Момент сопротивления сечения характеризует...
4. Единицей измерения момента инерции сечения является...

#### Рекомендуемая литература:

ОЛ2, с.214-220; ОЛ3, с.46-53; ДЛ1, с.168-180; ДЛ2, с.151-155.

### Тема 2.6. Изгиб.

*Должен знать:* Основные понятия и определения; классификация видов изгиба: прямой изгиб (чистый и поперечный), кривой изгиб (чистый и поперечный). Внутренние силовые факторы при прямом изгибе — поперечная сила и изгибающий момент. Дифференциальные зависимости между изгибающим моментом, поперечной силой и интенсивностью распределенной нагрузки. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов. Зависимость между изгибающим моментом и кривизной оси бруса. Жесткость сечения при изгибе. Нормальные напряжения, возникающие в поперечных сечениях бруса при чистом изгибе. Распространение выводов чистого изгиба на поперечный изгиб. Расчеты на прочность при изгибе. Осевые моменты сопротивления. Рациональные формы поперечных сечений балок из пластичных и хрупких материалов. Особенности расчета балок из материалов, различно сопротивляющихся растяжению и сжатию. Понятие о касательных напряжениях в поперечных и продольных сечениях брусков при прямом поперечном изгибе. Линейные и угловые перемещения при прямом изгибе. Определение линейных и угловых перемещений для различных случаев нагружения статически определимых балок.

*Должен уметь:* Производить расчеты на жесткость при изгибе.

#### Вопросы для самоконтроля:

1. Какую плоскость называют силовой?
2. Возникновением каких внутренних факторов характеризуется прямой чистый изгиб и прямой поперечный изгиб?
3. Для определения внутренних усилий используют...
4. Какой слой называют нейтральным?
5. Какие сечения являются рациональными при изгибе?
6. Какое сечение балки считается опасным?
7. Что определяют при проектировочном расчете?

#### Рекомендуемая литература:

ОЛ1, с.244-249; ОЛ2, с.183-193; ДЛ1, с.316-333; ДЛ2, с.160-185.

#### Практическое задание:

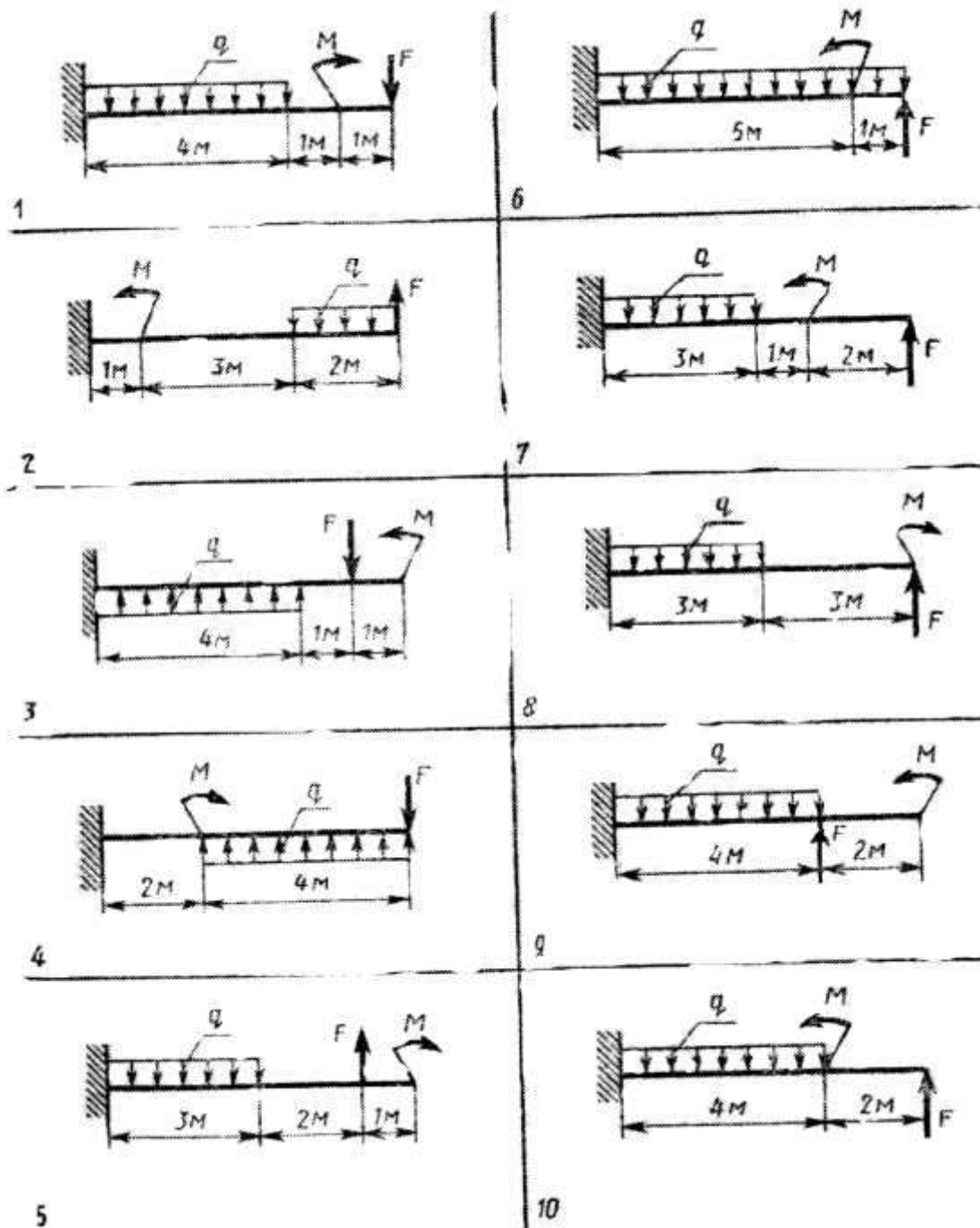
##### Задача №6.

Для стальной балки, жестко зашпеленной одним концом и нагруженной, как показано на рис. 6, построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов и подобрать из условия прочности необходимый размер двутавра, приняв  $[\sigma] = 160$  МПа. Данные своего варианта взять из табл. 6

Таблица 6. Данные к задаче

№ схемы	№вар	F, кН	M, кН м	q, кН/м	№ схемы	№вар	F, кН	M, кН м	q, кН/м
1	1, 21	20	10	10	1	11, 31	30	20	20
2	2, 22	10	40	10	2	12, 32	30	30	20
3	3, 23	20	10	10	3	13, 33	30	10	10
4	4, 24	20	10	10	4	14, 34	30	10	10
5	5, 25	10	10	10	5	15, 35	10	10	20
6	6, 26	30	10	10	6	16, 36	40	10	10
7	7, 27	10	10	10	7	17, 37	20	10	10
8	8, 28	10	10	10	8	18, 38	20	10	10
9	9, 29	20	10	10	9	19, 39	10	10	10
10	10, 30	30	10	10	10	20, 40	20	10	10

Рисунок 6



### **Тема 2.7. Гипотезы прочности и их применение.**

*Должен знать:* Обобщение понятия о напряженном состоянии в точке упругого тела, исходные напряжения, постановка задачи об исследовании напряженного состояния. Главные напряжения. Максимальные касательные напряжения. Напряженное состояние в точках бруса в общем случае его нагружения. Плоское напряженное состояние, характерное для бруса (упрощенное плоское напряженное состояние); связь главных напряжений с нормальными касательными напряжениями, возникающими в поперечных сечениях бруса. Назначение гипотез прочности. Эквивалентные (равноопасные) напряженные состояния. Эквивалентное напряжение. Гипотеза наибольших касательных напряжений: формула для эквивалентных напряжений (через главные напряжения и через напряжения в поперечных сечениях бруса). Область применения. Гипотеза энергии формоизменения: формулы для эквивалентных напряжений (через главные напряжения и через напряжения в поперечном сечении бруса). Область применения. Гипотеза Мора; формула для эквивалентных напряжений (через главные напряжения и через напряжения в поперечном сечении бруса), Область применения.

*Должен уметь:* Рассчитать брус круглого поперечного сечения на изгиб с кручением, эквивалентные моменты по различным гипотезам прочности. Рассчитать брус круглого поперечного сечения при совместном кручении и растяжении (сжатии).

#### **Вопросы для самоконтроля:**

1. В чем смысл теории прочности?
2. Когда возникает сложное деформированное состояние?
3. Что называют эквивалентным напряжением?
4. Перечислите основные виды деформаций.

#### **Рекомендуемая литература:**

ОЛ1, с. 333-347; ДЛ 2, с.278-289

### **Тема 2.8. Устойчивость сжатых стержней.**

*Должен знать:* Понятие об устойчивых и неустойчивых формах упругого равновесия. Критическая сила. Связь между критической и допускаемой нагрузками. Формула Эйлера при различных случаях опорных закреплений. Критическое напряжение. Гибкость. Предел применимости формулы Эйлера; предельная гибкость. Эмпирические формулы для критических напряжений. График критических напряжений для низкоуглеродистой стали в функции от гибкости.

*Должен уметь:* Производить расчеты сжатых стержней по формуле Эйлера и по эмпирическим формулам. Рациональные формы поперечных сечений сжатых стержней.

#### **Вопросы для самоконтроля:**

1. Перечислите формы равновесия.
2. Запишите формулу Эйлера для определения критической силы стержня, шарнирно закрепленного с обоих концов.
3. Что показывает коэффициент приведения длины стержня?
4. Какие напряжения называют критическими?
5. Что характеризует гибкость стержня?
6. От каких параметров зависит гибкость стержня?
7. Формула Эйлера справедлива в пределах...
8. Запишите формулу Ясинского для определения критических напряжений
9. Что показывает коэффициент продольного изгиба?

#### **Рекомендуемая литература:**

ОЛ2, с.265-269; ОЛ3, с.119-123; ДЛ1, с.273-292; ДЛ2, с.225-239.

## Методические рекомендации к выполнению практической работы

### Задача №1.

В данных задачах рассматривается равновесие плоской системы сходящихся сил и требуется определить реакции двух шарнирно соединенных между собой стержней, удерживающих два груза. Таким образом, к шарниру В в каждой задаче приложены четыре силы, из которых две неизвестны. Для задач такого типа универсальным является **аналитический** метод решения.

*Последовательность решения задачи:*

1. выбрать тело (точку), равновесие которого следует рассматривать;
2. освободить тело (шарнир В) от связей и изобразить действующие на него активные силы и реакции отброшенных связей. Причем реакции стержней следует направить от шарнира В, так как принято считать предположительно стержни растянутыми;
3. выбрать систему координат, совместив ее начало с точкой В, и составить уравнения равновесия, используя условия равновесия системы сходящихся сил на плоскости  $\sum X_i = 0, \sum Y_i = 0$ ;
4. определить реакции стержней из решения указанной системы уравнений;
5. проверить правильность полученных результатов по уравнению, которое не использовалось при решении задачи, либо решить задачу графически.

### Пример 1.

Определить реакции стержней, удерживающих грузы  $F_1=70$  кН  $F_2=100$  кН (рис 7,а). Массой стержней пренебречь.

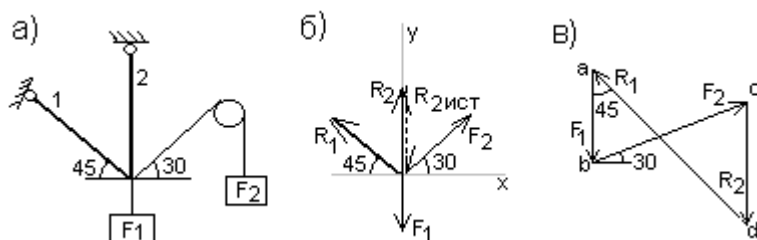


Рисунок 7

### Решение.

1. Рассматриваем равновесие шарнира В (рис 7 а)
2. Освобождаем шарнир В от связей и изображаем действующие на него активные силы и реакции связей (рис 7 а)
3. Выбираем систему координат и составляем уравнения равновесия для системы сил, действующих на шарнир В.

$$\sum X = -R_1 \cos 45^\circ + F_2 \cos 30^\circ = 0$$

$$\sum Y = R_1 \sin 45^\circ + R_2 + F_2 \sin 30^\circ - F_1 = 0$$

4. Определяем реакции стержней  $R_1$  и  $R_2$ , решая уравнения.

$$\text{Из уравнения 1: } R_1 = \frac{F_2 \cos 30^\circ}{\cos 45^\circ} = \frac{100 \cdot 0.866}{0.707} = 122.6 \text{ кН}$$

Подставляем найденное значение  $R_1$  в уравнение 2 и получаем

$$R_2 = F_1 - F_2 \sin 30^\circ - R_1 \sin 45^\circ = 70 - 100 \cdot 0.5 - 122.6 \cdot 0.707 = -66.6 \text{ кН}$$

Знак минус перед значением  $R_2$  указывает на то, что первоначально выбранное направление реакции неверно – следует направить реакцию  $R_2$  в противоположную сторону, т.е.к шарниру В (на рис 7, б истинное направление реакции  $R_2$  показано штриховым вектором)

5. Проверяем правильность полученных результатов, решая задачу графически (рис 7,в). Полученная система сил (рис 7 б) находится в равновесии, следовательно, силовой многоугольник, построенный для этой системы сил, должен быть замкнутым.

Строим силовой многоугольник в следующем порядке (рис 7 в): в выбранном масштабе (например  $\mu_{сил} = 2$  кН/мм) откладываем заданную силу  $F_1$  ( $ab=F_1$ ), затем из точки  $b$  под углом  $30^\circ$  к горизонту откладываем силу  $F_2$  ( $bc=F_2$ ), далее из точек  $a$  и  $c$  проводим прямые, параллельные положениям стержней 1 и 2. Эти прямые пересекаются в точке  $d$  и в результате

построения образуется замкнутый многоугольник  $abcd$ , в котором сторона  $cd=R_2$ , а сторона  $da=R_1$ . Измерив длины этих сторон (в мм) и умножив на масштаб построения  $\mu_{сил}$ , получаем значения реакций стержней:  $R_2 = cd \cdot \mu_{сил} = 33 \cdot 2 = 66 \text{ кН} \cdot \text{м}$

$$R_1 = da \cdot \mu_{сил} = 61 \cdot 2 = 122 \text{ кН}$$

Графическое решение подтверждает правильность первого решения.

### Задача №2.

Во всех данных задачах требуется определить реакции опор балок. Учащимся необходимо приобрести навыки определения реакций опор, так как с этого начинается решение многих задач по сопротивлению материалов и деталям машин.

*Последовательность решения задачи:*

1. изобразить балку вместе с нагрузками;
2. выбрать расположение координатных осей, совместив ось  $x$  с балкой, а ось  $y$  направив перпендикулярно оси  $x$ ;
3. произвести необходимые преобразования заданных активных сил: силу, наклоненную к оси балки под углом  $\alpha$ , заменить двумя взаимно перпендикулярными составляющими, а равномерно распределенную по закону прямоугольника нагрузку – ее равнодействующей, приложенной к середине участка распределения нагрузки;
4. освободить балку от опор, заменив их действие реакциями опор, направленными вдоль выбранных осей координат;
5. составить уравнения равновесия статики для произвольной плоской системы сил таким образом и в такой последовательности, чтобы решением каждого из этих уравнений было определение одной из неизвестных реакций опор;
6. проверить правильность найденных опорных реакций по уравнению, которое не было использовано для решения задачи.

**Пример 2.** Определить реакции опор балки (рис 8, а).

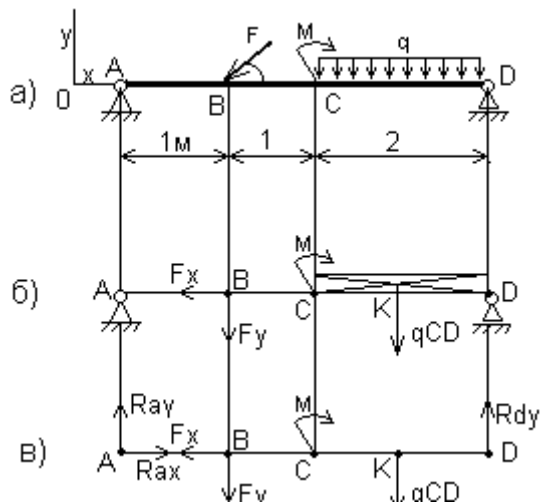


Рисунок 8

### Решение.

1. Изобразим балку с действующими на нее нагрузками (рис 5,а)
2. Изобразим оси координат  $x$  и  $y$
3. Силу  $F$  заменяем ее составляющими  $F_x = F \cos \alpha$  и  $F_y = F \sin \alpha$ . Равнодействующая  $q_{CD}$  равномерно распределенной нагрузки, приложенная в точке пересечения диагоналей прямоугольника (рис. 8 б), переносится по линии своего действия в середину участка  $CD$ , в точку  $K$ .
4. Освобождаем балку от опор, заменив их опорными реакциями (рис 8,в)
5. Составляем уравнения равновесия статики и определяем неизвестные реакции опор.

а) Из уравнения моментов всех действующих на балку сил, составленного относительно одной из точек опор, сразу определяем одну из неизвестных вертикальных реакций:

$$\sum M_A = F_y \cdot AB + M + qCD \cdot AK - R_D \cdot AD = 0$$

$$R_{Dy} = \frac{F_y \cdot AB + M + qCD \cdot AK}{AD} = \frac{10 \cdot 1 + 10 + 2 \cdot 3}{4} = 6.5 \text{ кН}$$

б) Определяем другую вертикальную реакцию:

$$\sum M_D = R_{Ay} \cdot AD - F_y \cdot BD + M - qCD \cdot KD = 0$$

$$R_{Ay} = \frac{F_y \cdot BD - M + qCD \cdot KD}{AD} = \frac{F \sin \alpha \cdot BD - M + qCD \cdot KD}{AD} = \frac{20 \cdot 0.5 \cdot 3 - 10 + 2}{4} = 5.5 \text{ кН}$$

с) Определяем горизонтальную реакцию:

$$\sum X = R_{Ax} - F_x = 0, \quad R_{Ax} = F_x = F \cos \alpha = 20 \cdot 0.86 = 17.3 \text{ кН}$$

6. Проверяем правильность найденных результатов:

$$\sum Y = R_{Ay} - F_y - qCD + R_{Dy} = 5.5 - 10 - 2 + 6.5 = 0$$

Условие равновесия  $\sum Y_i = 0$  выполняется, следовательно, реакции опор найдены верно.

### Задача №3.

К решению этих задач следует приступать после изучения темы «Центр тяжести» и разбора примера. С целью упрощения решения следует стремиться разбить заданную сложную плоскую фигуру на возможно меньшее число простых частей, применяя в случае необходимости «метод отрицательных площадей».

*Последовательность решения задачи:*

1. изобразить на рисунке пластину и показать все ее размеры;
2. если не указаны заранее, указать на чертеже координатные оси;
3. разбить фигуру на возможно меньшее число простых фигур (треугольник, квадрат, круг, сегмент и т.д.);
4. вычислить площадь каждой части – простой фигуры, учитывая «метод отрицательных площадей» (если простая фигура вырезана из основной, то ее площадь считается отрицательной);
5. находим центр тяжести выделенных простых фигур по стандартным формулам (если имеется ось симметрии, то центр тяжести лежит на этой оси);
6. вычисляем координаты  $X_C$  и  $Y_C$  центра тяжести плоской пластины.

### Пример 3

Определить положение центра тяжести для тонкой однородной пластины, форма и размеры которой, в сантиметрах, показаны на рисунке 9.

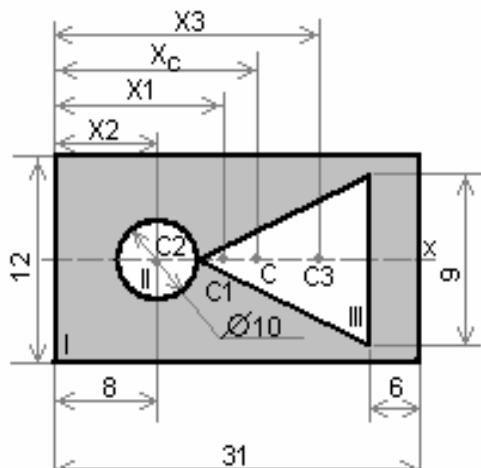


Рисунок 9

**Решение.**

Данную фигуру представляем состоящей из трех простых фигур: 1 – прямоугольник, 2 – круга, 3 – треугольника.

Площади кругового и треугольного отверстий вводим в расчет со знаком минус, а площадь прямоугольника – без учета имеющихся в нем отверстий.

Площади простых фигур:

$$A_1 = 12 \cdot 31 = 372 \text{ см}^2$$

$$A_2 = -\pi d^2 / 4 = -3.14 \cdot 100 / 4 = -78.5 \text{ см}^2$$

$$A_3 = -12 \cdot 9 / 2 = -54 \text{ см}^2, \text{ где совпадающая с осью симметрии высота треугольника } h = 31 - (8 + 10/2 + 61) = 12 \text{ см}$$

Фигура имеет ось симметрии, следовательно, ее центр тяжести лежит на этой оси. Совмещаем координатную ось  $x$  с осью симметрии, а начало координат – с левым краем фигуры (чтобы координаты центров тяжести оказались положительными).

Координаты центра тяжести простых фигур:  $x_1 = 31/2 = 15.5 \text{ см}$ ,  $x_2 = 8 \text{ см}$ ,  $x_3 = 31 - 6 - 12/3 = 21 \text{ см}$ , где  $12/3$  – расстояние от центра тяжести треугольника до его основания, равное  $1/3$  высоты.

Координата центра тяжести заданной фигуры

$$X_C = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{372 \cdot 15.5 - 78.5 \cdot 8 - 54 \cdot 21}{372 - 78.5 - 54} = 16.7 \text{ см} \quad \text{Ответ: } 16.7 \text{ см}$$

**Задача №4.**

К решению данных задач следует приступить после изучения темы «Растяжение и сжатие», метода сечений и разбора решенных примеров в данном пособии.

Правило знаков: внешняя сила  $N$ , направленная от сечения, считается положительной, в противном случае она отрицательна.

**Пример 4**

Для двухступенчатого бруса (рис 10, а) определить и построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений. Определить удлинение (укорочение) бруса.

Модуль упругости  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

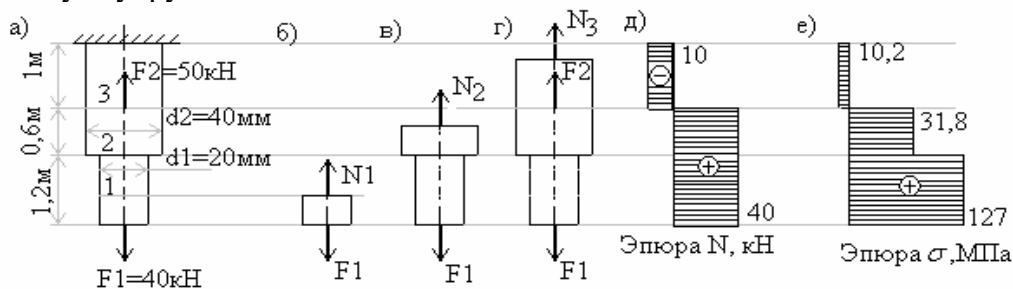


Рисунок 10

**Решение.**

Разделим брус на участки, границы которых определяются сечениями, где изменяется площадь поперечного сечения или приложены внешние нагрузки.

Мысленно рассечем брус в пределах первого участка и отбросим верхнюю часть бруса (рис 14, б). Сила  $F_1$  уравновешивается внутренней силой

$$N_1 = F_1 = 40 \cdot 10^3 \text{ Н} = 40 \text{ кН}$$

Аналогично в пределах второго участка (рис 10, в) отбросим верхнюю часть бруса и рассмотрим оставленную часть бруса с действующей силой  $F_1$ , которая уравновешивается продольной силой  $N_2$ :

$$N_2 = F_1 = 40 \text{ кН}$$

Продольная сила на участке 3 (рис 10, г) уравнивается в сечении внешними силами  $F_1$  и  $F_2$  и равна их алгебраической сумме

$$N_3 = F_1 - F_2 = 40 \cdot 10^3 - 50 \cdot 10^3 = -10 \cdot 10^3 \text{ Н} = -10 \text{ кН}$$

Построим эпюру  $N$  (рис 10д). Для этого параллельно оси бруса проведем базовую (нулевую) линию. Левее ее откладываем значение продольной силы, вызванной сжатием участка, т.е. отрицательные значения, а правее – растяжением, т.е. положительные значения. В пределах участка 3 брус сжат ( $N_3 = -10$  кН), в пределах участков 2 и 1 брус растянут ( $N_1 = N_2 = 40$  кН).

Для определения напряжений в поперечных сечениях значение продольных сил необходимо разделить на площади соответствующих сечений.

Площадь поперечного сечения бруса в пределах участка 1:

$$A_1 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (2 \cdot 10^{-2})^2}{4} = 3,14 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

Аналогично на участках 2 и 3:

$$A_2 = A_3 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot (4 \cdot 10^{-2})^2}{4} = 12,56 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

Находим напряжения на отдельных участках бруса и строим эпюру (рис 14,е):

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{40 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 10^{-4}} = 127 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2 = 127 \text{ МПа}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{40 \cdot 10^3}{12,56 \cdot 10^{-4}} = 31,8 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2 = 31,8 \text{ МПа}$$

$$\sigma_3 = \frac{-N_3}{A_3} = -\frac{10 \cdot 10^3}{12,56 \cdot 10^{-4}} = -10,2 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2 = -10,2 \text{ МПа}$$

В соответствии с полученными значениями напряжений строим эпюру напряжений.

Полное удлинение бруса равно алгебраической сумме удлинений его участков:

$$\Delta l = \sigma_1 \frac{l_1}{E} + \sigma_2 \frac{l_2}{E} + \sigma_3 \frac{l_3}{E} \quad \text{или}$$

$$\Delta l = \frac{1}{E} (\sigma_1 l_1 + \sigma_2 l_2 + \sigma_3 l_3) = \frac{1}{2,1 \cdot 10^{11}} (127 \cdot 10^6 \cdot 1,2 + 31,8 \cdot 10^6 \cdot 0,6 - 10,2 \cdot 10^6 \cdot 1,0) = 0,79 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

Т.е. получается  $\Delta l = 0,79 \text{ мм}$

### Задача №5.

К решению данной задачи следует приступить после изучения темы «Кручение» и разбора решенного примера.

В соответствии с Международной системой единиц (СИ) заданную в условии частоту вращения  $n$ ,  $\text{мин}^{-1}$ , необходимо выразить в единицах угловой скорости (рад/с), применив формулу  $\omega = \pi \cdot n / 30$ . Тогда зависимость между передаваемой мощностью  $P$ , кВт, угловой скоростью  $\omega$ , рад/с, и внешним моментом  $M_{\text{вр}}$ , Нм, скручивающим вал, запишется в виде  $M_{\text{вр}} = P / \omega$ .

Допускаемый угол закручивания на практике обычно задается в град/м, поэтому для перевода в единицы СИ это значение необходимо умножить на  $\pi / 180^0$ . Например, если дано  $\varphi = 0,4 \text{ град/м}$ , то  $0,4 \text{ град/м} = 0,4 \pi / 180^0 = 0,07 \text{ рад/м}$ .

### Пример 5.

Для стального вала (рис 11, а) определить из условия прочности требуемые диаметры каждого участка и углы закручивания этих участков. Угловую скорость вала принять  $\omega = 100 \text{ рад/с}$ , допускаемое напряжение  $[\tau] = 30 \text{ МПа}$ , модуль упругости сдвига  $G = 0,8 \cdot 10^{11} \text{ Па}$ .

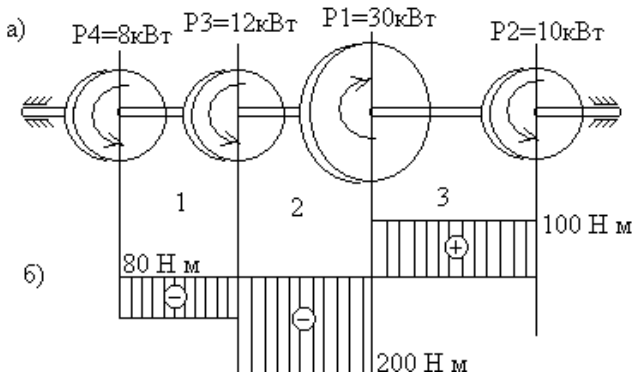
**Решение.**

Рисунок 11

$$M_1 = P_1 / \omega = 30 \cdot 10^3 / 100 = 300 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M_2 = P_2 / \omega = 10 \cdot 10^3 / 100 = 100 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M_3 = P_3 / \omega = 8 \cdot 10^3 / 100 = 80 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

Для построения эпюр крутящих моментов проведем базовую (нулевую) линию параллельно оси вала и, используя метод сечений, найдем значения крутящего момента на каждом участке, отложим найденные значения перпендикулярно базовой линии.

В пределах каждого участка значение крутящего момента сохраняется постоянным (рис 11,б):

$$M'_Z = -M_4 = -80 \text{ Н}\cdot\text{м}, \quad M''_Z = -M_4 - M_3 = -80 - 120 = -200 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M'''_Z = M_2 = -M_4 - M_3 + M_1 = 100 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

Из условия прочности диаметр вала на первом участке определяем по формуле:

$$\tau = \frac{M_Z}{W_p} = \frac{16M_Z}{\pi \cdot d^3} \leq [\tau], \text{ откуда}$$

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{16M'_Z}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 80}{3.14 \cdot 30 \cdot 10^7}} = 2.30 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 23 \text{ мм}$$

На втором участке

$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{16M''_Z}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 200}{3.14 \cdot 30 \cdot 10^7}} = 3.5 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 35 \text{ мм}$$

На третьем участке

$$d_3 = \sqrt[3]{\frac{16M'''_Z}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 100}{3.14 \cdot 30 \cdot 10^7}} = 2.8 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 28 \text{ мм}$$

Вычисляем полярные моменты инерции сечений вала:

$$J_{p1} = \frac{\pi \cdot d^4}{32} \approx 0.1(2.5 \cdot 10^{-2})^4 = 3.9 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4, \quad J_{p2} = \frac{\pi \cdot d^4}{32} \approx 0.1(3.5 \cdot 10^{-2})^4 = 15 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4,$$

$$J_{p3} = \frac{\pi \cdot d^4}{32} \approx 0.1(2.8 \cdot 10^{-2})^4 = 6.2 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4.$$

Углы закручивания соответствующих участков вала:

$$\varphi_1 = \frac{-M'_Z \cdot l_1 \cdot 180}{\pi \cdot G \cdot J_{p1}} = \frac{-80 \cdot 11 \cdot 10^{-2} \cdot 180}{3.14 \cdot 0.8 \cdot 10^{11} \cdot 3.9 \cdot 10^{-8}} = -0.16^\circ$$

$$\varphi_2 = \frac{-M''_Z \cdot l_2 \cdot 180}{\pi \cdot G \cdot J_{p2}} = \frac{-200 \cdot 10 \cdot 10^{-2} \cdot 180}{3.14 \cdot 0.8 \cdot 10^{11} \cdot 15 \cdot 10^{-8}} = -0.38^\circ$$

$$\varphi_3 = \frac{M'''_Z \cdot l_3 \cdot 180}{\pi \cdot G \cdot J_{p3}} = \frac{100 \cdot 0.8 \cdot 10^{-2} \cdot 180}{3.14 \cdot 0.8 \cdot 10^{11} \cdot 6.2 \cdot 10^{-8}} = 0.29^\circ$$

**Задача №6.**

К решению этой задачи следует приступить после изучения темы «Изгиб». Решая данную задачу необходимо использовать правило знаков для поперечной силы, правило знаков для изгибающих моментов.

Вал вращается с постоянной угловой скоростью, следовательно, система вращающихся моментов уравновешена. Мощность, подводимая к валу без учета потерь на трение, равна сумме мощностей, снимаемых с вала:

$$P_1 = P_2 + P_3 + P_4 = 10 + 1208 = 30 \text{ кВт.}$$

Определяем вращающие моменты на шкивах:

*Правило знаков для поперечной силы:* силам, поворачивающим отсеченную часть балки относительно рассматриваемого сечения по ходу часовой стрелки, приписывается знак плюс, а силам, поворачивающим отсеченную часть балки относительно рассматриваемого сечения против хода часовой стрелки, приписывается знак минус.

*Правило знаков для изгибающих моментов:* внешним моментам, изгибающим мысленно закрепленную в рассматриваемом сечении отсеченную часть бруса выпуклостью вниз, приписывается знак плюс, а моментам, изгибающим отсеченную часть бруса выпуклостью вверх, - знак минус.

Правила построения эпюр.

**Для поперечных сил:**

1. На участке, нагруженном равномерно распределенной нагрузкой, эпюра изображается прямой, наклоненной к оси балки.
2. На участке, свободном от распределенной нагрузки, эпюра изображается прямой, параллельной оси балки.
3. В сечении балки, где приложена сосредоточенная пара сил, поперечная сила не изменяет своего значения.
4. В сечении, где приложена сосредоточенная сила, эпюра поперечных сил меняется скачкообразно на значение, равное приложенной силе.
5. В концевом сечении балки поперечная сила численно равна сосредоточенной силе (активной или реактивной), приложенной в этом сечении. Если в концевом сечении балки не приложена сосредоточенная сила. То поперечная сила в этом сечении равна нулю.

*Для эпюры изгибающих моментов:*

1. На участке, нагруженном равномерно распределенной нагрузкой, эпюра моментов изображается квадратичной параболой. Выпуклость параболы направлена навстречу нагрузке.
2. На участке, свободном от равномерно распределенной нагрузки, эпюра моментов изображается прямой линией.
3. В сечении балки, где приложена сосредоточенная пара сил, изгибающий момент меняется скачкообразно на значение, равное моменту приложенной пары.
4. Изгибающий момент в концевом сечении балки равен нулю, если в нем не приложена сосредоточенная пара сил. Если же в концевом сечении приложена активная или реактивная пара сил, то изгибающий момент в этом сечении равен моменту приложенной пары.
5. На участке, где поперечная сила равна нулю, балка испытывает чистый изгиб, и эпюра изгибающих моментов изображается прямой, параллельной оси балки.
6. Изгибающий момент принимает экстремальное значение в сечении, где эпюра поперечных сил проходит через нуль, меняя знаки с «+» на «-» или с «-» на «+».

В рассматриваемой задаче требуется построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов, а также подобрать размеры поперечного сечения балки, выполненной из прокатного профиля – двутавра.

Для закрепленной одним концом балки расчет целесообразно вести со свободного конца (чтобы избежать определения опорных реакций заделки).

**Последовательность решения задачи:**

1. Балку разделить на участки по характерным точкам.
2. Определить вид эпюры поперечных сил на каждом участке в зависимости от внешней нагрузки, вычислить поперечные силы в характерных сечениях и построить эпюру поперечных сил.
3. Определить вид эпюры изгибающих моментов на каждом участке в зависимости от внешней нагрузки, вычислить изгибающие моменты в характерных сечениях и построить эпюру изгибающих моментов. Для определения экстремальных значений изгибающих моментов дополнительно определить моменты в сечениях, где эпюра поперечных сил проходит через нуль
4. Для подбора сечения из условия прочности определить  $W_x$  в опасном сечении, т.е. в сечении, где изгибающий момент имеет наибольшее по модулю значение.

**Пример 6.**

Для заданной консольной балки (поперечное сечение – двутавр,  $[\sigma]=160\text{МПа}$ ) построить эпюры  $Q_y$ , и  $M_z$  и подобрать сечение по сортаменту.

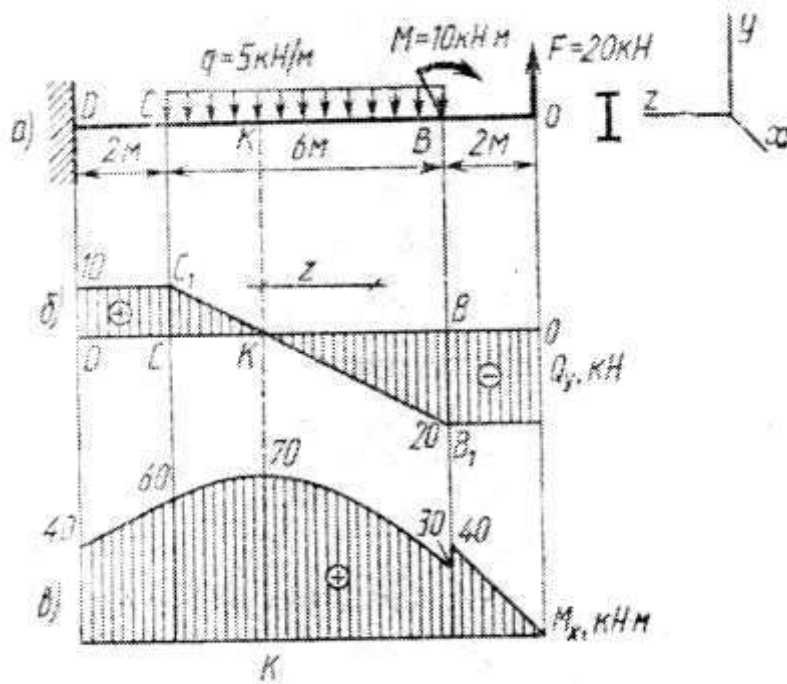


Рис 12

**Решение.**

1. Делим балку на участки по характерным точкам O, B, C, D (рис 12,а)

2. Определяем координаты и строим эюру  $Q_y$  (рис 16,б):

$$Q_O^{np} = -F = -20 \text{ кН}, \quad Q_B = -F = -20 \text{ кН}, \quad Q_C = -F + q \cdot CB = -20 + 30 = 10 \text{ кН}$$

$$Q_D^{np} = -F + q \cdot CB = -20 + 30 = 10 \text{ кН}$$

3. Определяем ординаты и строим эюру  $M_x$  (рис 16,в):

$$M_O = 0, \quad M_B^{np} = F \cdot OB = 20 \cdot 2 = 40 \text{ кН} \cdot \text{м}, \quad M_B^{np} = F \cdot OB - M = 20 \cdot 2 - 10 = 30 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

$$M_C = F \cdot OC - M - \frac{q \cdot CB^2}{2} = 20 \cdot 8 - 10 - \frac{5 \cdot 6^2}{2} = 60 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

$$M_D^{np} = F \cdot OD - M - q \cdot CB \left( \frac{CB}{2} + DC \right) = 20 \cdot 10 - 10 - 5 \cdot 6 \cdot 5 = 40 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Для экстремального значения момента в сечении K, где  $Q_y=0$  определяем длину KB  $\Delta CC_1K$  подобен  $\Delta KBV_1$  (рис 12,б) отсюда:

$$\frac{CC_1}{BV_1} = \frac{CB - KB}{KB}; \quad CC_1 \cdot KB = BV_1 \cdot CB - BV_1 \cdot KB$$

$$KB(CC_1 + BV_1) = BV_1 \cdot CB; \quad KB = \frac{BV_1 \cdot CB}{CC_1 + BV_1} = \frac{20 \cdot 6}{10 + 20} = 4 \text{ м}$$

$$M_K = F \cdot OK - M - \frac{q \cdot KB^2}{2} = 20 \cdot 6 - 10 - \frac{5 \cdot 4^2}{2} = 70 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

4. Исходя из эюры  $M_x$  (рис 16,в):  $M_{x \max} = 70 \text{ кН} \cdot \text{м}$

$$W_x = \frac{M_{x \max}}{[\sigma]} = \frac{70 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0.438 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 438 \text{ мм}^2$$

В соответствии с ГОСТ 8239-72 выбираем двутавр №30 (См приложение к задаче).

**Приложение к задаче №6.**

Сталь горячекатаная. Балки двутавровые. Сортамент ГОСТ 8239-72 (извлечение)

Обозначения:  $h$  – высота балки,  $b$  – ширина полки,  $s$  – толщина стенки,  $t$  – средняя толщина полки,  $J$  – момент инерции,  $W$  – момент сопротивления,  $S$  – статический момент полусечения,  $i$  – радиус инерции.

Номер балки	Размер, мм				Площадь сечения, см <sup>2</sup>	Масса 1м, кг	Справочные величины для осей						
	$h$	$b$	$s$	$t$			$J_x$ , см <sup>4</sup>	$W_x$ , см <sup>3</sup>	$I_x$ , см	$S_x$ , см <sup>3</sup>	$J_y$ , см <sup>4</sup>	$W_y$ , см <sup>3</sup>	$I_y$ , см
10	100	56	4,5	7,2	12,0	9,46	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	14,7	11,50	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	17,4	13,70	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,50	1,56
16	160	81	5,0	7,8	20,2	15,90	873	109,0	6,57	62,3	58,6	14,50	1,70
18	180	90	5,1	8,1	23,4	18,40	1290	143,0	7,42	81,4	82,6	18,40	1,88
20	200	100	5,2	8,4	26,8	21,00	1840	184,0	8,28	104,0	115,0	23,10	2,07
22	220	110	5,4	8,7	30,6	24,00	2550	202,0	9,13	131,0	157,0	18,60	2,27
24	240	115	5,6	9,5	34,8	27,30	3460	289,0	9,97	163,0	198,0	34,50	2,37
27	270	125	6,0	9,8	40,2	31,50	5010	371,0	11,20	210,0	260,0	41,50	2,64
30	300	135	6,5	10,2	46,5	36,50	7080	472,0	12,30	268,0	337,0	49,90	2,69
33	330	140	7,0	11,2	53,8	42,20	9840	597,0	13,50	339,0	419,0	59,90	2,79
36	360	145	7,5	12,3	61,9	48,60	13380	743,0	14,70	423,0	516,0	71,10	2,89
40	400	155	8,3	13,0	72,6	67,00	19062	953,0	16,20	548,0	657,0	86,10	3,03
45	450	160	9,0	14,2	84,7	68,50	27695	1231,0	18,10	708,0	808,0	101,00	3,09
50	500	170	10,0	15,2	100,0	78,50	39727	1589,0	19,90	919,0	1043,0	123,00	3,23
55	550	180	11,0	16,5	118,0	92,60	65962	2035,0	21,60	1181,0	1356,0	151,00	3,39
60	600	190	12,0	17,8	138,0	108,00	76806	2560,0	23,60	1491,0	1725,0	182,00	3,54

## Список рекомендуемой литературы

### Основная

1. Сафонова, Г. Г. Техническая механика: учебник / Г.Г. Сафонова, Т.Ю. Артюховская, Д.А. Ермаков. - Москва : ИНФРА-М, 2020. — 320 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-16-105533-5. - Текст : электронный. - URL: <https://new.znanium.com/catalog/product/1074607>
2. Эрдери А.А. Техническая механика: учебник. - М.: Издательский центр "Академия", 2018
3. Техническая механика.(СПО).учебник / Е.П. Сербин. — Москва : КноРус, 2018. — 399 с. — Режим доступа: <https://www.book.ru/book/930600>
4. Мовнин М.С. Основы технической механики [Электронный ресурс] : учебник / М.С. Мовнин, А.Б. Израелит, А.Г. Рубашкин. — Электрон. текстовые данные. — СПб. : Политехника, 2020. — 289 с. — 978-5-7325-1087-4. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/94833.html>

### Дополнительная

1. Сетков В.И. Техническая механика для строительных специальностей: учебное пособие. – М.: Издательский центр "Академия", 2019
2. Завистовский В.Э. Техническая механика [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.Э. Завистовский, Л.С. Турищев. — Электрон. текстовые данные. — Минск: Республиканский институт профессионального образования (РИПО), 2019. — 368 с. — 978-985-503-444-6. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/93437.html>
3. Олофинская, В. П. Техническая механика. Сборник тестовых заданий : учебное пособие / В.П. Олофинская. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2020. — 132 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-16-107760-3. - Режим доступа: <https://new.znanium.com/catalog/product/1078979>

