МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ СТАВРОПОЛЬСКОГО КРАЯ

Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение

«Ставропольский строительный техникум»

Методические рекомендации к практическим занятиям

по математике для студентов 1 курса специальностей

07.02.01 Архитектура;

21.02.05 Земельно-имущественные отношения;

08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений;
08.02.05 Строительство и эксплуатация автомобильных дорог и аэродромов;

08.02.07 Монтаж и эксплуатация внутренних сантехнических устройств кондиционирования воздуха и вентиляции;

08.02.08 Монтаж и эксплуатация оборудования и систем газоснабжения;

38.02.01 Экономика и бухгалтерский учёт (по отраслям);

Форма обучения - очная/заочная;

Ставрополь, 2021 г.

РАССМОТРЕНО
на заседании цикловой комиссии
Естественно-математических
дисциплин
Протокол № 1
«31» августа 2021 г.
Председатель цикловой комиссии
____________ /Н.Б. Берлова/

УТВЕРЖДЕНО
Методическим советом
ГБПОУ ССТ
Протокол № 1
«31» августа 2021 г.

СОГЛАСОВАНО
Л. В. Белоусова,
заместитель директора по УМРК
«31» августа 2021 г.
____

Рецензент:
Л.В. Печалова, методист ЦМКиМР ГБПОУ ССТ.
«31» августа 2021 г.
____

Автор-разработчик:
Т.В. Рыбина,
преподаватель математики ГБПОУ ССТ.
«31» августа 2021 г.
____

СОДЕРЖАНИЕ

Пояснительная записка.

Методические указания к практическим занятиям составлены в соответствии с рабочей программой дисциплины Математика для специальностей

07.02.01 Архитектура;

21.02.05 Земельно-имущественные отношения;

08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений;
08.02.05 Строительство и эксплуатация автомобильных дорог и аэродромов;

08.02.07 Монтаж и эксплуатация внутренних сантехнических устройств кондиционирования воздуха и вентиляции;

08.02.08 Монтаж и эксплуатация оборудования и систем газоснабжения;

38.02.01 Экономика и бухгалтерский учёт (по отраслям);

Практические занятия занимают важное место при изучении дисциплины Математика. Цель выполнения работ – формирование навыков решения математических задач при помощи различных методов, позволяющих применять полученные знания в профессиональной деятельности. Методические указания включают в себя учебную цель, перечень образовательных результатов, заявленных в ФГОС СПО, задачи, обеспеченность занятия, краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме, вопросы для закрепления теоретического материала, задания для практической работы студентов, решения типовых заданий, критерии оценивания. Сборник практических занятий окажет помощь преподавателям в организации занятий, а также может пригодиться студентам при повторении изученного материала и подготовке к экзамену.

Критерии оценки практической работы.

При оценке письменных и устных ответов преподаватель в первую очередь учитывает показанные студентами знания и умения. Оценка зависит также от наличия и характера погрешностей, допущенных студентами. Среди погрешностей выделяются ошибки и недочеты.

<u>Погрешность</u> считается ошибкой, если она свидетельствует о том, что студент не овладел основными знаниями, умениями, указанными в программе.

<u>К недочетам</u> относятся погрешности, свидетельствующие о недостаточно полном или недостаточно прочном усвоении основных знаний и умений или об отсутствии знаний, не считающихся в программе основными. Недочетами также считаются: погрешности, которые не привели к искажению смысла полученного студентом задания или способа его выполнения; неаккуратная запись; небрежное выполнение чертежа или графика.

к грубым ошибкам относятся:

-незнание учащимися формул, правил, основных свойств ;

-незнание определения основных понятий, законов, правил, основных положений теории,

- теорем и неумение их применять;

-незнание приемов решения задач, неумение читать и строить графики;

- вычислительные ошибки, если они не являются опиской; равнозначные им ошибки;

- логические ошибки;

-незнание приемов решения типовых задач;

к негрубым ошибкам относятся:

- неточность формулировок, определений, понятий, теорий, вызванная неполнотой охвата основных признаков определяемого понятия или заменой одного - двух из этих признаков второстепенными;

- неточность графика;

- нерациональный метод решения задачи,;

-выполнение чертежей и графиков без применения чертежных принадлежностей;

Практическая работа №1

Тема: « Преобразование и вычисление иррациональных выражений»

Цель: корректировать знания, умения и навыки по теме, закрепить и систематизировать знания по теме.

При выполнении практической работы студент должен

знать:

-выполнение преобразований для иррациональных выражений;

-свойства корней и степеней;

уметь:

- использовать основные законы действий над числами, формулы сокращенного умножения;

-- выполнять преобразования иррациональных выражений;

ЛР 1. Сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

МПР 2. Умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;

ПР 3. Владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

Порядок выполнения работы:

1.Повтоить теоретический материал по теме «Корень n-ой степени».

2.Рассмотреть примеры решения типовых заданий.

3. Ответить на контрольные вопросы.

4. Выполнить самостоятельную работу**.**

5. Сдать отчет по проделанной работе.

Краткие теоретические сведения

<u>Корень n – степени</u>: $\sqrt[n]{a}$**, n -** показатель корня**, а** – подкоренное выражение

Если **n – нечетное число,** то выражение $\sqrt[n]{a}$ имеет смысл при $\forall$ a

Если **n – четное число,** то выражение $\sqrt[n]{a}$ имеет смысл при $a \geq 0$

Арифметический корень: $\left.\begin{matrix} \sqrt[n]{a}=b \\ n\in N, a\geq 0\end{matrix}\right\} \Rightarrow b\geq 0$

Корень нечетной степени из отрицательного числа: $\sqrt[n]{-a}=-\sqrt[n]{a}$

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА КОРНЕЙ

1. Правило извлечения корня из произведения:

$$\sqrt[n]{\mathbf{ab}}=\sqrt[n]{\mathbf{a}}\cdot\sqrt[n]{\mathbf{b}}$$

2. Правило извлечения корня из дроби:

$$\sqrt[n]{\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}}=\frac{\sqrt[n]{\mathbf{a}}}{\sqrt[n]{\mathbf{b}}}\quad (\mathbf{a}\geq\mathbf{0}, \mathbf{b}>0, \mathrm{b}\neq 0)$$

3. Правило извлечения корня из корня:

$$\sqrt[n]{\sqrt[k]{\mathbf{a}}}=\sqrt[nk]{\mathbf{a}}\ (\mathbf{k}>0, \mathrm{a}\geq 0)$$

4. Правило вынесения множителя из под знака корня:

$$\sqrt[n]{\mathbf{ba^n}}=\mathbf{a}\sqrt[n]{\mathbf{b}}\,(\mathbf{a}\geq\mathbf{0}, \mathbf{b}\geq\mathbf{0})$$

5. Внесение множителя под знак корня:

$$\mathbf{b}\sqrt{\mathbf{3}}=\begin{cases}\sqrt{\mathbf{3b^2}}, \textbf{если } \mathbf{b}\geq\mathbf{0}\\ -\sqrt{\mathbf{3b^2}}, \textbf{если } \mathbf{b}\leq\mathbf{0}\end{cases},$$

6. Показатель корня и показатель подкоренного выражения можно умножить на одно и тоже число.

$$\sqrt[n]{\mathbf{a}}=\sqrt[nk]{\mathbf{a^k}}\ (\mathbf{k}>0)$$

7. Правило возведения корня в степень.

$$\sqrt[n]{a^k}=\left(\sqrt[n]{a}\right)^k\ \ (a\geq 0, \textit{если } k\leq 0, \textit{то } a\neq 0)$$

Степень с натуральным показателем.

$\boldsymbol{a^n}=\underbrace{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{n}$, ***a*** *– основание степени,* ***n*** *– показатель степени*

Свойства:

1. При умножении степеней с одинаковыми основаниями показатели складываются, а основание остается неизменным.

$$\mathbf{a^m\cdot a^n=a^{m+n}}$$

2. При делении степеней с одинаковыми основаниями показатели вычитаются, а основание остается неизменным.

$$\mathbf{a^m : a^n = a^{m-n}}$$

3. При возведении степени в степень показатели перемножаются.

$$\mathbf{(a^m)^n = a^{mn}}$$

4. При возведении в степень произведения двух чисел, каждое число возводят в эту степень, а результаты перемножают.

$$\mathbf{(a \cdot b)^{\,n} = a^n \cdot b^n}$$

5. Если в степень возводят частное двух чисел, то в эту степень возводят числитель и знаменатель, а результат делят друг на друга.

$$\mathbf{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}}$$

6. *Если* $a > 0, b > 0,$ *то* $a^n > b^n$

Степень с целым показателем.

1. $\boldsymbol{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$*, где* $\boldsymbol{a \neq 0, n} > 0$
2. $\boldsymbol{\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n}$
3. $\boldsymbol{a^0 = 1}$***, где*** $\boldsymbol{a \neq 0}$***. Если*** $\boldsymbol{a = 0}$***, то*** $\boldsymbol{0^0}$ ***не имеет смысла***
4. *По определению*: $\boldsymbol{a^1 = a}$

$$\boldsymbol{a^r = a^{\frac{m}{n}} \Longrightarrow a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}}$$

Свойства:

1. $\boldsymbol{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$
2. $\boldsymbol{a^m : a^n = a^{m-n}}$
3. $\boldsymbol{(a^m)^n = a^{mn}}$
4. $\boldsymbol{(a \cdot b)^{\,n} = a^n \cdot b^n}$
5. $\boldsymbol{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}}$
6. *Пусть r рациональное число* $0 < a < b$*, тогда*

   $\boldsymbol{a^r < b^r}$ ***при r>0*** $\boldsymbol{a^r > b^r}$ ***при r<0***

7 .*Для любого рациональных чисел r и s из неравенства r>s следует*

$\boldsymbol{a^r > a^s}$ ***при a>1*** $\boldsymbol{a^r < a^s}$ ***при*** $0 < a < 1$

Формулы сокращённого умножения.

Квадрат суммы	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
Квадрат разности	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
Разность квадратов	$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
Куб суммы	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
Куб разности	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
Сумма кубов	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
Разность кубов	$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

Пример 1. Упростите выражение $\frac{9m^{\frac{1}{2}} \cdot m^{3\frac{1}{2}}}{m^{-3}}$.

Решение

Применим свойства степеней (умножение степеней с одинаковым основанием и деление степеней с одинаковым основанием): $\frac{9m^{\frac{1}{2}} \cdot m^{3\frac{1}{2}}}{m^{-3}} = 9m^{\frac{1}{2}+3\frac{1}{2}-(-3)} = 9m^7$.

Ответ: $9m^7$.

Пример 2. Сократить дробь: $\frac{x^3-1}{(x-1)(x+2)}$

Решение. Так область определения дроби $\frac{x^3-1}{(x-1)(x+2)}$ все числа, кроме $x \neq 1$ и $x \neq -2$. Вместе с тем $\frac{x^3-1}{(x-1)(x+2)} = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)(x+2)}$. Сократив дробь, получим $\frac{x^2+x+1}{x+2}$. Область определения полученной дроби: $x \neq -2$, т.е. шире, чем область определения первоначальной дроби. Поэтому дроби $\frac{x^3-1}{(x-1)(x+2)}$ и $\frac{x^2+x+1}{x+2}$ равны при $x \neq 1$ и $x \neq -2$.

Пример 3. Вычислить: $\sqrt{1\frac{24}{25}} - 3\sqrt{0{,}09}$.

Решение. $\sqrt{1\frac{24}{25}} - 3\sqrt{0{,}09} = \sqrt{\frac{49}{25}} - 3 \cdot 0{,}3 = \frac{7}{5} - 0{,}9 = 1{,}4 - 0{,}9 = 0{,}5$

Пример 4. Упростить выражение: $(8\sqrt{18} + 6\sqrt{24} - \sqrt{72}) : (2\sqrt{6})$.

$$\frac{8\sqrt{18}}{2\sqrt{6}}+\frac{6\sqrt{24}}{2\sqrt{6}}-\frac{\sqrt{72}}{2\sqrt{6}}=4\sqrt{\frac{18}{6}}+3\sqrt{\frac{24}{6}}-\frac{1}{2}\cdot\sqrt{\frac{72}{6}}=$$

Решение. $= 4\sqrt{3}+6-\frac{\sqrt{12}}{2}=4\sqrt{3}+6-\sqrt{3}=3\sqrt{3}+6$

Пример 5.Сократить дробь $\frac{64-t}{8-\sqrt{t}}$, если $\sqrt{t}\neq 8.$

Решение. $\frac{64-t}{8-\sqrt{t}}=\frac{(8-\sqrt{t})(8+\sqrt{t})}{8-\sqrt{t}}=8+\sqrt{t}$.

Пример 6.Освободиться от иррациональности в знаменателе дроби $A=\frac{1}{\sqrt{7}-2\sqrt{2}}.$

Решение. В знаменателе имеем иррациональность 2-й степени, поэтому помножим и числитель, и знаменатель дроби на сопряженное выражение, то есть сумму чисел $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{2}$, тогда в знаменателе будем иметь разность квадратов, которая и ликвидирует иррациональность.

$$A=\frac{1(\sqrt{7}+2\sqrt{2})}{(\sqrt{7}-2\sqrt{2})(\sqrt{7}+2\sqrt{2})}=\frac{\sqrt{7}+2\sqrt{2}}{(\sqrt{7})^2-(2\sqrt{2})^2}=\frac{\sqrt{7}+2\sqrt{2}}{7-8}=\frac{\sqrt{7}+2\sqrt{2}}{-1}=-\sqrt{7}-2\sqrt{2}$$

Задания для самостоятельной работы.

1 вариант	**2 вариант**
1. Вычислите	
А) $\sqrt[4]{0,0016\cdot 0,0081}-\sqrt{169}$; Б) $\frac{\sqrt[3]{27}\cdot\sqrt{196}}{\sqrt[3]{216}}$; В) $\sqrt[3]{3\cdot 25}\cdot\sqrt[3]{9\cdot 5}$.	А) $\sqrt[3]{0,125\cdot 0,064}-\sqrt{361}$; Б) $\frac{\sqrt[3]{125}\cdot\sqrt{144}}{2\sqrt[4]{16}}$; В) $\sqrt[4]{3\cdot 64}\cdot\sqrt[4]{27\cdot 4}$.
2. Найдите значение выражения	
А) $3\cdot 27^{\frac{1}{3}}$; Б) $\left(\frac{36^3}{25^3}\right)^{\frac{1}{6}}$; В) $\left(0,216^{\frac{8}{27}}\right)^{\frac{9}{4}}$	А) $4\cdot 16^{\frac{1}{4}}$; Б) $\left(\frac{49^4}{64^4}\right)^{\frac{1}{8}}$; В) $\left(144^{\frac{7}{8}}\right)^{\frac{4}{7}}$
3. Упростите выражение	

$\dfrac{\sqrt[7]{x^{20}}}{\sqrt[7]{x^{6}}}$	$\sqrt[9]{x^{11}} \cdot \sqrt[9]{x^{7}}$
4. Вычислите	
А) $5^{3-\sqrt{8}} \cdot 5^{3+\sqrt{8}}$; Б) $\left(6^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{8}}$	А) $3^{\sqrt{7}-2} \cdot 3^{\sqrt{7}+2}$; Б) $\left(2^{\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{12}}$
5. Вычислите значение выражения	
$16^{-\frac{5}{4}} - (0{,}01)^{-\frac{1}{2}} + 12 \cdot \left(7^{0}\right)^{3} - 16 \cdot 2^{-5} \cdot 64^{-\frac{2}{3}}$	$625^{-\frac{3}{2}} \cdot 5^{-3} \cdot 25 + 7 \cdot \left(4^{0}\right)^{4} - 25^{-3\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}$

Контрольные вопросы

1.Дайте определение корня n-ой степени. Что такое арифметический корень n-ой степени?

2.Перечислите свойства арифметических корней n-ой степени.

Время на выполнение: 90- мин.
в том числе:
подготовка 10 мин.;
выполнение 1 час.10 мин.;
оформление и сдача 10 мин.

Работа выполняется в тетради для практических работ.

Шкала оценки образовательных достижений

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Практическая работа №2

Тема: «Вычисление логарифмических выражений»

Цель: закрепить умение вычислять логарифмические выражения, знание свойств логарифмов.

При выполнении практической работы студент должен

знать:

-определение логарифма;

-свойства логарифма;

-основное логарифмическое тождество;

-выполнять преобразования иррациональных, показательных и логарифмических выражений

уметь:

-выполнять преобразования иррациональных, показательных и логарифмических выражений;

-находить значения логарифма,

Планируемые результаты:

ЛР 1.Сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

сформированность отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей;

МПР 2. Умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;

ПР 2. Сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

Порядок выполнения работы:

1. Повтоить теоретический материал по теме «Логарифм. Свойства логарифмов».
2. Рассмотреть примеры решения типовых заданий.
3. Ответить на контрольные вопросы.
4. Выполнить самостоятельную работу.
5. Сдать отчет по проделанной работе.

Краткие теоретические сведения.

<u>*Логарифмом*</u> положительного числа b по основанию a (записывают $\log_a b$), где $a > 0$, $a \neq 1$, называют показатель степени, в которую нужно возвести число a, чтобы получить число b.

Равенство $\underline{a^{\log_a b} = b}$, где $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, называют <u>*основным логарифмическим тождеством*</u>.

$x = \log_a b$ – корень уравнения $a^x = b$, где $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$.

Логарифм числа по основанию 10 называется <u>*десятичным логарифмом*</u>: $\log_{10} b = \lg b$.

Логарифм числа по основанию e называется <u>*натуральным логарифмом*</u>: $\log_e b = \ln b$.

$1)\log_a 1 = 0$	$5)\log_a x^p = p\cdot\log_a x$	$10)\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$
$2)\log_a a = 1$	$6)\log_{a^n} b = \dfrac{1}{n}\cdot\log_a b$	$11)\log_a b\cdot\log_b a = 1$
$3)\log_a x\cdot y = \log_a x + \log_a y$	$7)\log_{a^n} x^p = \dfrac{p}{n}\log_a x$	$12)\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$
$4)\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$	$8)\log_a \dfrac{1}{b} = -\log_a b$	
	$9)\log_a \sqrt{b} = \dfrac{1}{2}\log_a b$	

Примеры с решениями

1. **Вычислить**: 1) $\log_3 81$; 2) $\log_{\frac{1}{4}} 16$; 3) $\log_9 27$;

Решение. 1) $\log_3 81 = 4$, так как $3^4 = 81$.

2) Пусть $\log_{\frac{1}{4}} 16 = x$. Тогда по определению логарифма $\left(\frac{1}{4}\right)^x = 16$, или $\left(\frac{1}{4}\right)^x = 4^2$,

откуда $\left(\frac{1}{4}\right)^x = \left(\frac{1}{4}\right)^{=2}$, $x = -2$.

3) Пусть $\log_9 27 = x$. Тогда по определению логарифма $9^x = 27$, откуда $\left(3^2\right)^x = 3^3$, $3^{2x} = 3^3$, $2x = 3$, $x = 1{,}5$.

2. **Найти:** 1) $7^{\log_7 5}$; 2) $0{,}5^{0{,}5\log_{0{,}5}12}$; 3) $\left(\dfrac{1}{8}\right)^{\log_8 3}$.

Решение. 1) По определению логарифма (согласно основному логарифмическому тождеству) $1)7^{\log_7 5}=5;$ 2)

$$0{,}5^{0{,}5\log_{0{,}5}12}=\left(0{,}5^{\log_{0{,}5}12}\right)^{0{,}5}=12^{0{,}5}=12^{\frac{1}{2}}=\sqrt{12}=2\sqrt{3};$$

3) $\left(\dfrac{1}{8}\right)^{\log_8 3}=\left(8^{-1}\right)^{\log_8 3}=\left(8^{\log_8 3}\right)^{-1}=3^{-1}=\dfrac{1}{3}.$

3. Вычислить:

1) $\log_9 45+\log_9 1{,}8;$ 2) $\log_{11}\sqrt[5]{121};$ 3) $2\log_{0{,}3}3-\frac{1}{2}\log_{0{,}3}10000.$

Решение.

1) $\log_9 45+\log_9 1{,}8=\log_9(45\cdot 1{,}8)=\log_9 81=2;$

2) $\log_{11}\sqrt[5]{121}=\log_{11}121^{\frac{1}{5}}=\frac{1}{5}\log_{11}121=\frac{1}{5}\cdot 2=\frac{2}{5};$

3) $2\log_{0{,}3}3-\frac{1}{2}\log_{0{,}3}10000=\log_{0{,}3}3^2-\log_{0{,}3}10000^{\frac{1}{2}}=\log_{0{,}3}9-\log_{0{,}3}100=\log_{0{,}3}\frac{9}{100}=$
$=\log_{0{,}3}0{,}09=2.$

Задания для самостоятельной работы.

Вариант 1

1. Найти значение выражения:

1) $\log_4 2+\log_4 8$ 4) $\log_2 7-\log_2 63+\log_2 36$

2) $\log_2 5+\log_2\frac{8}{5}$ 5) $\log_7 32-\log_7 64+\log_7 14$

3) $\log_3 2-\log_3 54$ 3) $\log_5 22-\log_5 11-\log_5 10$

2.Вычислите:

1) $8^{4\log_8 3}$ 4) $10^{1+\lg 5}$

2) $6^{3\log_6\frac{1}{3}}$ 5) $10^{\lg 2+\lg 3}$

3) $12^{3\log_{12}2}$ 6) $10^{\lg 7+\lg\frac{2}{7}}$

3. *Вычислите:*

1) $\log_{\frac{1}{3}}\log_3 27$

2) $\log_2\log_7 49$

3) $\log_2 \log_{\sqrt{7}} 49$

Вариант 2

1.Найти значение выражения:

1) $\log_5 175 - \log_5 7$

2) $\log_2 11 - \log_2 44$

3) $\log_3 7 + \log_3 \frac{1}{21}$

4) $\log_2 36 + \log_2 \frac{35}{9} - \log_2 35$

5) $\log_4 36 - \log_4 5 + \log_4 \frac{5}{9}$

6) $\log_5 25 - \log_5 2{,}25 - \log_5 \frac{4}{9}$

2. Вычислите:

1) $4^{2\log_4 10}$

2) $9^{\log_3 4}$

3) $7^{2\log_{49} 2}$

4) $10^{2+\lg 0{,}5}$

5) $10^{-1+\lg 7}$

6) $10^{-3+\lg 200}$

3.Вычислите:

1) $\log_{0,2} \log_2 32$

2) $\log_{\sqrt{3}} \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{125}$

3) $\log_4 \log_3 \sqrt{81}$

II уровень – с элементами повышенного уровня

1. Вычислите

1) $\log_{\sqrt{2}} 5 + \log_3 81$

2) $6^{\log_6 \frac{1}{15}} \log_5 0{,}2$

3) $9^{\log_9 \frac{1}{2}} + \log_5 \frac{1}{25}$

4) $6^{\log_6 \frac{1}{15}} \log_5 0{,}2$

5) $5^{\log_5 3} + \log_2 8$

6) $3^{\log_2 0{,}25} + \log_3 45$

2.Найдите X, если

1) $\log_{30}X = 2\log_{30}5 + \frac{1}{2}\log_{30}36$
2) $\log_{5}X = \log_{5}2{,}5 + \frac{1}{3}\log_{5}8 + 3^{\log_3 2}$
3) $\log_{21}X = 2\log_{21}3 + \frac{1}{2}\log_{21}49 - \frac{1}{3}\log_{21}27$
4) $\log_{\frac{1}{3}}X = \frac{1}{2}\log_{\frac{1}{3}}16 - \log_{\frac{1}{3}}8 + \log_{\frac{1}{3}}54$

Контрольные вопросы.

1. Дайте определение логарифма?
2. Сформулируйте основное логарифмическое тождество.
3. Почему логарифмы существуют только для положительных чисел?
4.Свойство о логарифме произведения.

5.Сформулируйте свойство о логарифме частного

6.Сформулируйте свойство о логарифме степени.

7. Дайте определение десятичного логарифма? Как обозначается десятичный логарифм?

8.Дайте определение натурального логарифма? Как обозначается натуральный логарифм?

Время на выполнение: 90- мин.
в том числе:
подготовка 10 мин.;
выполнение 1 час.10 мин.;
оформление и сдача 10 мин.

Работа выполняется в тетради для практических работ.
Шкала оценки образовательных достижений

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог

90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Практическая работа №3

Тема: «Тождественные преобразования тригонометрических выражений»

Цель: закрепить умения выполнять тождественные преобразования тригонометрических выражений, используя известные формулы

При выполнении практической работы студент должен

знать:

- формулы приведения, кратных аргументов, сложения тригонометрических функций

уметь:

-преобразовывать тригонометрические выражения, используя известные формулы

Планируемые результаты:

ЛР 1. Овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественно-научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;

МПР 3. Владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

ПР 3. Владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

Порядок выполнения работы:

1.Повторить теоретический материал по теме «Основы тригонометрии».

2.Рассмотреть примеры решения типовых заданий.

3. Ответить на контрольные вопросы.

4. Выполнить самостоятельную работу**.**

5. Сдать отчет по проделанной работе.

Краткие теоретические сведения.

1.Формулы сложения

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta;$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta;$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta}{1 \mp \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}.$$

2.Формулы двойного аргумента

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha};$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \frac{1-\operatorname{tg}^2\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha};$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}.$$

3.Формулы половинного аргумента

$$\sin\alpha = \pm\sqrt{\frac{1}{2}\cdot(1-\cos 2\alpha)};\ \cos\alpha = \pm\sqrt{\frac{1}{2}\cdot(1+\cos 2\alpha)};\ tg\alpha = \pm\sqrt{\frac{1-\cos 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}}.$$

4.Формулы понижения степени

$$\sin^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2};\ \cos^2\alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2}.$$

5.Формулы преобразования суммы в произведения

$$\sin\alpha \pm \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha \pm \beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha \mp \beta}{2};$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2};$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2};$$

$$\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos\alpha \cdot \cos\beta}.$$

6.Формулы преобразования произведений в суммы

$$\sin\alpha \cdot \sin\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)];$$

$$\cos\alpha \cdot \cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)];$$

$$\sin\alpha \cdot \cos\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha-\beta) + \sin(\alpha+\beta)].$$

Пример 1. Вычислить $\cos^2\frac{31\pi}{50} + \sin^2\frac{31\pi}{50}$.

Решение:

$$\cos^2\frac{31\pi}{50}+\sin^2\frac{31\pi}{50}=1$$

Ответ: 1.

Пример 2. Найти значение sinα , если $\cos\alpha=0{,}8$ и $\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$.

Решение:

Так как синус в IV четверти имеет отрицательное значение, то $\sin\alpha=-\sqrt{1-0{,}8^2}=-\sqrt{1-0{,}64}=-0{,}6$.

Ответ: – 0,6.

Пример 3. Найти значение $25\sin^2\alpha\cdot\cos\alpha$, если $\operatorname{tg}\alpha=\frac{3}{4};\ 0\le\alpha\le\frac{\pi}{2}$.

Решение:

Из формулы $1+\operatorname{tg}^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$ найдём $\cos^2\alpha=\frac{1}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}=\frac{1}{1+\frac{9}{16}}=\frac{16}{25}$. Так как α лежит в I четверти, то cosα положителен и $\cos\alpha=\frac{4}{5}$.

Из формулы $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ найдём $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha=1-\frac{16}{25}=\frac{9}{25}$.

$25\sin^2\alpha\cdot\cos\alpha=25\cdot\frac{9}{25}\cdot\frac{4}{5}=\frac{36}{5}=7{,}2$.

Ответ: 7,2.

Пример 4. Приведите значение аргумента к I четверти: $\sin\frac{23\pi}{14}$.

Решение:

По алгоритму формул приведения: $\sin\frac{23\pi}{14}=\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi}{7}\right)=-\cos\frac{\pi}{7}$.

Ответ: $-\cos\frac{\pi}{7}$.

Упростить $\frac{1-\sin^4\alpha-\cos^4\alpha}{2\sin^4\alpha}+1$.

Решение:

$$\frac{1-\sin^4\alpha-\cos^4\alpha}{2\sin^4\alpha}+1=\frac{(1-\sin^2\alpha)(1+\sin^2\alpha)-\cos^4\alpha}{2\sin^4\alpha}+1=$$
$$=\frac{\cos^2\alpha(1+\sin^2\alpha-\cos^2\alpha)}{2\sin^4\alpha}+1=\frac{\cos^2\alpha\cdot2\sin^2\alpha}{2\sin^4\alpha}+1=\frac{1}{\sin^2\alpha}.$$

Ответ: $\frac{1}{\sin^2\alpha}$.

Пример 5. Вычислить $\frac{8\cdot\cos10^0\cdot\cos20^0\cdot\cos40^0\cdot\cos80^0}{\sin80^0}$.

Решение:

Воспользуемся формулами преобразования произведений в сумму и формулами приведения, получим:

$$\frac{8\cdot\cos10^0\cdot\cos20^0\cdot\cos40^0\cdot\cos80^0}{\sin80^0}=\frac{8(\cos10^0\cdot\cos80^0)\cdot\cos20^0\cdot\cos40^0}{\sin80^0}=$$

$$=\frac{4\cos70^0\cdot\cos20^0\cdot\cos40^0}{\sin80^0}=\frac{4(\cos70^0\cdot\cos20^0)\cdot\cos40^0}{\sin80^0}=\frac{2\cos50^0\cdot\cos40^0}{\sin80^0}=$$

$$=\frac{\cos10^0}{\sin(90^0-10^0)}=\frac{\cos10^0}{\cos10^0}=1.$$

Ответ: 1.

Задания для самостоятельной работы.

Вариант 1

Задание 1. 1.Дано: $\sin\alpha=\frac{3}{5}, \frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$. Вычислить: 1) $\cos\alpha$ 2) $\tan\alpha$ 3) $\cot\alpha$

Задание 2. Вычислить с помощью формул приведения

1) sin 135^o

2) ctg 150^o

3) cos 70^o

4) cos 240^o

5) sin 310^o

Задание 3. Упростить. 1) $\sin(\alpha-\frac{3\pi}{2})\cos(2\pi-\alpha)-\sin(\pi-\alpha)\sin(\pi+\alpha)$

Задание 4. Упростить

1) $\sin20^0\cos40^0+\cos20^0\sin40^0$

2) $\cos98^0\cos8^0+\sin98^0\sin8^0$

3) $\dfrac{tg\,22^0+tg\,23^0}{1-tg\,22^0tg\,23^0}$

Задание 5. Вычислить:

Дано: $cosx=\frac{3}{5},\ \ x\in\left(\frac{3\pi}{2};2\pi\right).$

Найти : $cos2x,$

Задание 6. Установите соответствие между радианной и градусной мерой

1. $\frac{5\pi}{6}$	a. 210^0

2. $\frac{5\pi}{12}$	b. 150^0
3. $\frac{7\pi}{6}$	c. 75^0
4. $\frac{5\pi}{4}$	d. 225^0

Задание 7. Упростите выражение:

1) $\frac{\cos 2\alpha - \cos 8\alpha}{\sin 2\alpha + \sin 8\alpha}$

2) $\frac{\sin 3\alpha + \sin 5\alpha}{\cos 3\alpha + \cos 5\alpha}$

Вариант 2

Задание 1 Дано: , $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Вычислить: 1) $\sin\alpha$2) $\tan\alpha$ 3) $\cot\alpha$

Задание 2. Вычислить с помощью формул приведения

6) tg 210°

7) sin 330°

8) tg 315°

9) cos 240°

10) sin 200°

Задание 3. Упростить. $\frac{tg\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)-ctg(\pi-\alpha)+\cos\left(\alpha-\frac{3\pi}{2}\right)}{\sin(\pi+\alpha)}$**Задание 4.** Упростить

1) $\cos 12^0 \cos 18^0 - \sin 12^0 \sin 18^0$

2) $\sin 45^0 \cos 15^0 - \cos 45^0 \sin 15^0$

3) $\frac{tg 45^0 - tg 15^0}{1 + tg 15^0 tg 45^0}$

Задание 5. Вычислить:

Дано: $cosx = \frac{3}{5}, \;\; x \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right).$

Найти : $sin2x.$

Задание 6. Установите соответствие между радианной и градусной мерой

5. $\frac{5\pi}{6}$	e. 210^0

6. $\frac{5\pi}{12}$	f. 150^0
7. $\frac{7\pi}{6}$	g. 75^0
8. $\frac{5\pi}{4}$	h. 225^0

Задание 7. Упростите выражение:

1) $\frac{\sin x - \sin 2x}{\cos x - \cos 2x}$

2) $\frac{\cos x - \cos 3x}{\sin x + \sin 3x}$

Контрольные вопросы.

1.Как перейти от градусной меры угла к радианной?
2.Сформулируйте основное тригонометрическое тождество.
3.Объясните применение «лошадиного правила».
4.Запишие формулы двойного и половинного угла.
5. Запишите формулы сложения.
6. Запишите формулы преобразования суммы в произведения.

Время на выполнение: 90- мин.
в том числе:
подготовка 10 мин.;
выполнение 1 час.10 мин.;
оформление и сдача 10 мин.

Работа выполняется в тетради для практических работ.

Шкала оценки образовательных достижений

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Практическая работа №4

Тема: «Построение и исследование графиков тригонометрических функций»

Цель:

При выполнении практической работы студент должен

знать:

-- свойства функций и алгоритм чтения графиков;

-свойства и графики тригонометрических функций;

уметь:

- строить, читать и выполнять преобразования графиков функций с помощью элементарных геометрических преобразований;

Планируемые результаты.

ЛР 4. Развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;

МПР 3. Владение навыками познавательной, учебно-исследовательской деятельности и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

ПР 2. Сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

Порядок выполнения работы:

1. Повторить теоретический материал по теме «Функции. Преобразование графиков функций».
2. Рассмотреть примеры решения типовых заданий.
3. Ответить на контрольные вопросы.
4. Выполнить самостоятельную работу.
5. Сдать отчет по проделанной работе.

Краткие теоретические сведения.

Преобразования графиков функций.

Параллельный перенос графика вдоль оси абсцисс на | b | единиц

- вправо, если $b > 0$;
- влево, если $b < 0$.

- влево, если $b > 0$;
- вправо, если $b < 0$.

Параллельный перенос графика вдоль оси ординат на | m

единиц

- вверх, если $m > 0$,
- вниз, если $m < 0$.

Отражение графика

Симметричное отражение графика относительно оси **ординат.**

Симметричное отражение графика относительно оси **абсцисс.**

Сжатие и растяжение графика

- При $k > 1$ — сжатие графика к оси ординат в k раз,
- при $0 < k < 1$ — растяжение графика от оси ординат в k раз.

- При $k > 1$ — растяжение графика от оси абсцисс в k раз,
- при $0 < k < 1$ — сжатие графика к оси абсцисс в k раз.

Преобразования графика с модулем

- При $f(x) > 0$ — график остаётся без изменений,
- при $f(x) < 0$ — график симметрично отражается относительно оси абсцисс.

- При $x \geq 0$ — график остаётся без изменений,
- при $x < 0$ — график симметрично отражается относительно оси ординат.

Задания для самостоятельной работы.

Задание 1. Постройте график линейной функции:

1-й вариант $y = \frac{1}{2}x - 6$

2-й вариант $y = \frac{1}{2}x - 2$

3-й вариант $y = -\frac{1}{3}x + 5$

4-й вариант $y = -2x - 3$

5-й вариант $y = 4 - 3x$,

6-й вариант $y = -\frac{1}{2}x + 2$

7-й вариант $y = \frac{1}{3}x - 2$,

8-й вариант $y = 3x - 4$,

9-й вариант $y = 2x - 5$,

10-й вариант $y = \frac{1}{2}x + 3$,

Задание 2. Постройте график квадратичной функции, укажите множество значений данной функции.

1-й вариант $y = (x-3)^2 - 2$

2-й вариант $y = -(x+3)^2 - 2$

3-й вариант $y = -(x+4)^2 + 5$

4-й вариант $y = (x-4)^2 - 7$

5-й вариант $y = (x+2)^2 + 1$

6-й вариант $y = -(x+5)^2 - 1$

7-й вариант $y = (x-6)^2 - 5$

8-й вариант $y = (x+4)^2 - 1$

9-й вариант $y = -(x+2)^2 + 8$

10-й вариант $y = -(x-1)^2 + 4$

Задание 3. Постройте график функции, определите, возрастает или убывает указанная функция.

1-й вариант $y = -x^3 - 1$
2-й вариант $y = -(x+2)^3$
3-й вариант $y = x^3 + 2$
4-й вариант $y = -(x-4)^3$
5-й вариант $y = x^3 + 1$
6-й вариант $y = (x-2)^3$
7-й вариант $y = -x^3 + 3$
8-й вариант $y = -(x-1)^3$
9-й вариант $y = (x+1)^3$
10-й вариант $y = x^3 - 2$

Контрольные вопросы.

1.Какие виды пре0бразований графиков вы знаете?
2.Что произойдет с графиком исходной функции, если выполнено преобразование $y = f(-x)$?
3. Что произойдет с графиком исходной функции, если выполнено преобразование $y = f(kx)$?
4. Что произойдет с графиком исходной функции, если выполнено преобразование $y = |f(x)|$?

Время на выполнение: 90- мин.
в том числе:
подготовка 10 мин.;
выполнение 1 час.10 мин.;
оформление и сдача 10 мин.

Работа выполняется в тетради для практических работ.

Шкала оценки образовательных достижений

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог

90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Практическая работа №5

Тема: «Построение и исследование графиков тригонометрических функции»

Цель: закрепить навыки исследования функций и построения графиков

При выполнении практической работы студент должен

знать:

- свойства функций и алгоритм чтения графиков

уметь:

- строить, читать и выполнять преобразования графиков функций

Планируемые результаты:

ЛР 4. Овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественно-научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;

МПР 1. Умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

ПР 2. Сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

Порядок выполнения работы:

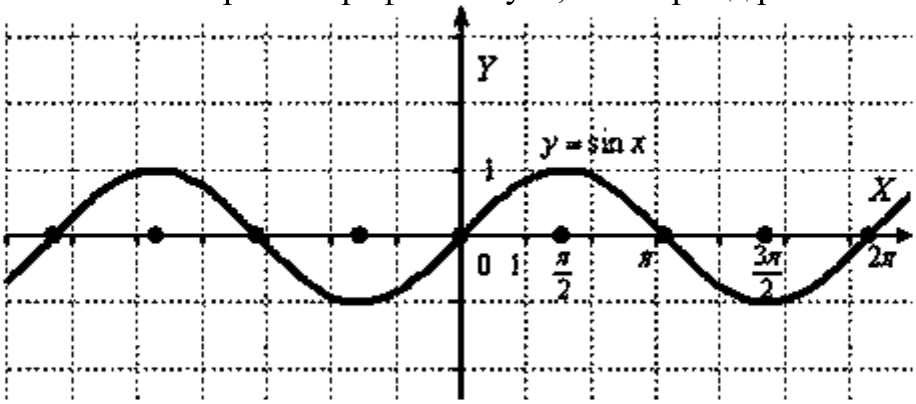
1. Изучить теоретический материал по теме «Графики тригонометрических функций».
2. Рассмотреть примеры решения типовых заданий.
3. Ответить на контрольные вопросы.
4. Выполнить самостоятельную работу.
5. Сдать отчет по проделанной работе.

Краткие теоретические сведения.

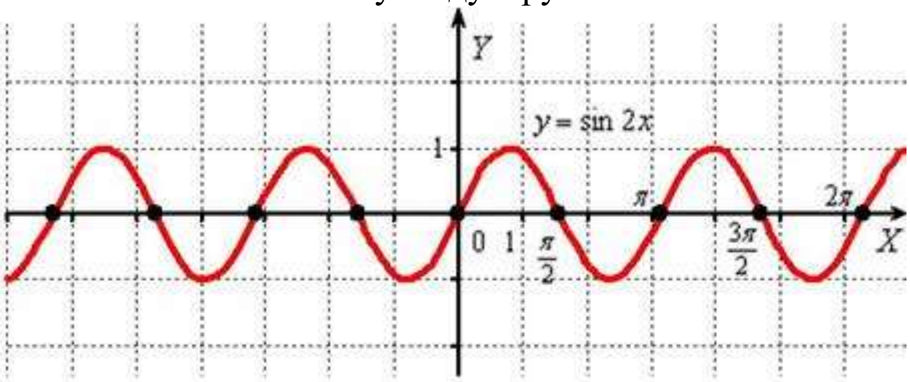
<u>Пример 1</u>

Построить график функции $y = \sin 2x$

.Сначала изобразим график синуса, его период равен $T = 2\pi$:



Мысленно возьмём синусоиду в руки и сожмём её **к оси** OY в 2 раза:

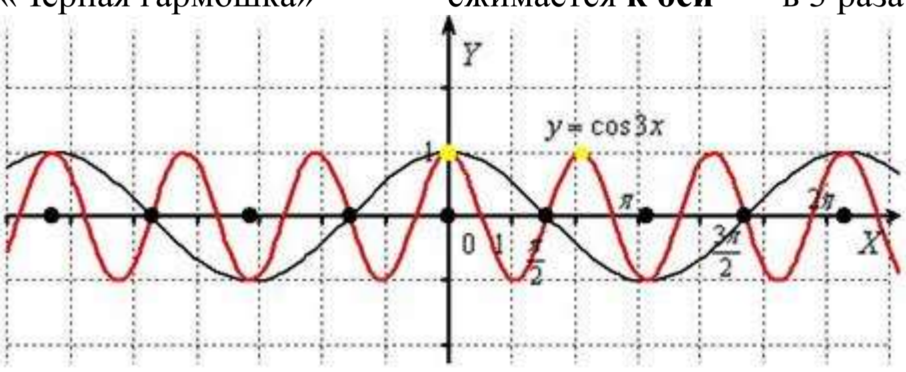


То есть, график функции $y = \sin 2x$ получается путём сжатия графика $y = \sin x$ к оси ординат в два раза. Логично, что период итоговой функции тоже уполовинился: $T = \pi$

<u>Пример 2</u>

Построить график функции $y = \cos 3x$

«Чёрная гармошка» $y = \cos x$ сжимается **к оси** OY в 3 раза:

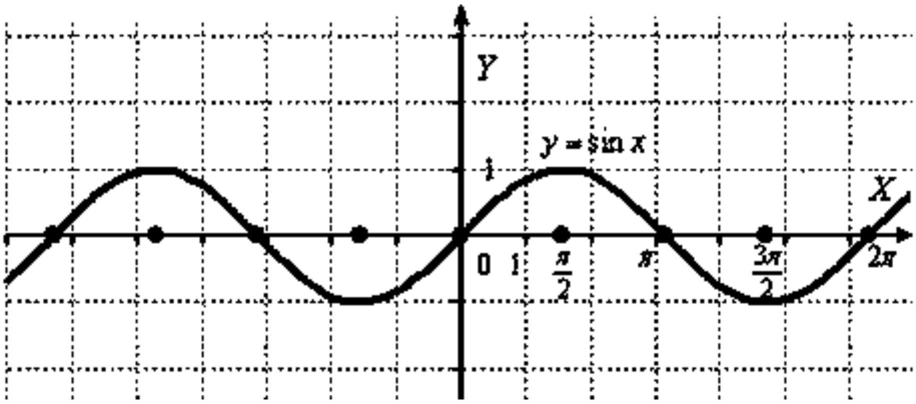


Итоговый график $y = \cos 3x$.

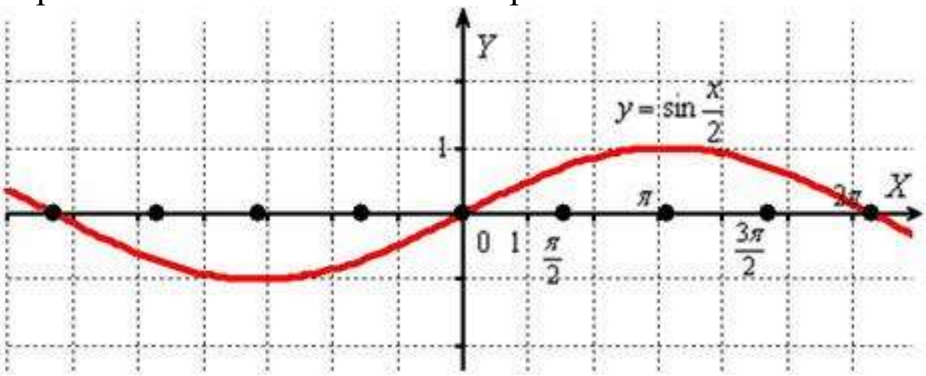
Исходный период $T = 2\pi$ косинуса закономерно уменьшается в три раза: $T = \frac{2\pi}{3}$ (отграничен жёлтыми точками).

<u>Пример 3</u>

Построить график функции $y = \sin\frac{x}{2}$



И растягиваем её **от оси** OY в 2 раза:

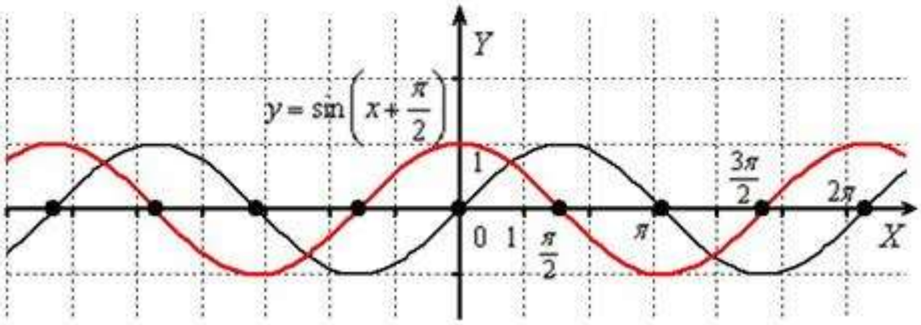


То есть, график функции $y = \sin\frac{x}{2}$ получается путём **растяжения** графика $y = \sin x$ **от оси ординат** в два раза. Период итоговой функции увеличивается в 2 раза: $T = 2\pi \cdot 2 = 4\pi$, он толком даже не вместился на данный чертёж.

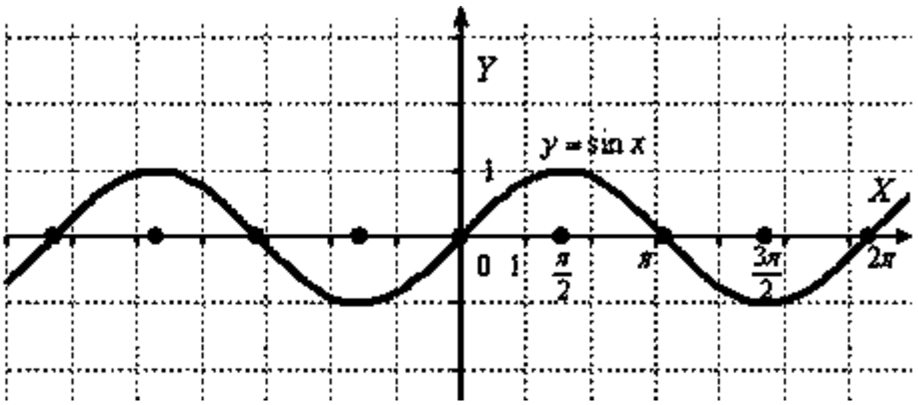
<u>Пример 4</u>

Построить график функции $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

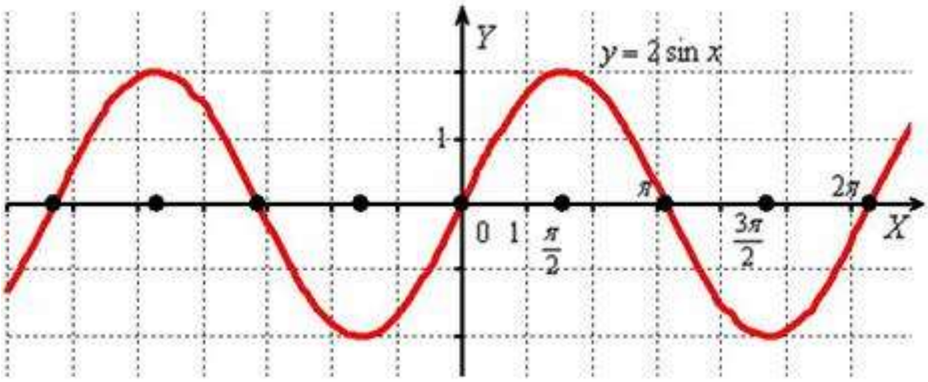
График синуса $y = \sin x$ сдвинем вдоль оси OX на $\frac{\pi}{2}$ **влево**:



Пример 5.Построить графики функций $y = 2\sin x, \quad y = \frac{1}{2}\sin x$.

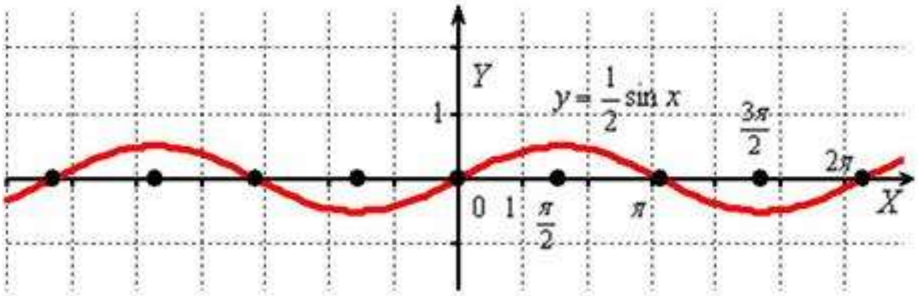


И **вытягиваем** её **вдоль оси** OY в 2 раза:



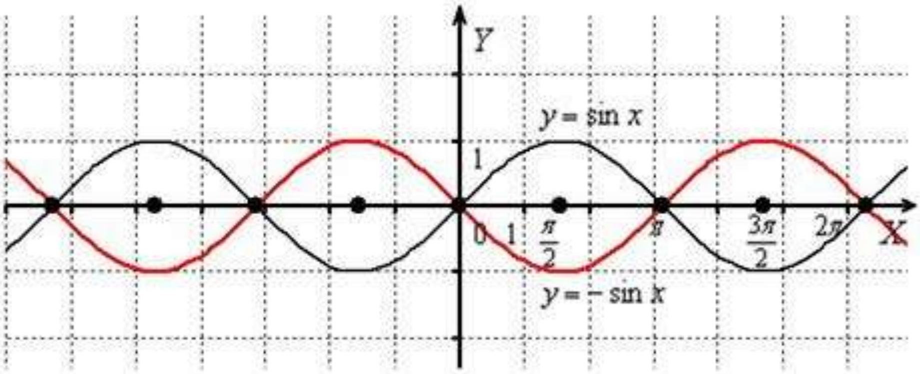
Период функции $y = 2\sin x$ не изменился и составляет $T = 2\pi$, а вот значения (все, кроме нулевых) увеличились *по модулю* в два раза, что логично – ведь функция умножается на 2, и область её значений удваивается: $E(y) = [-2;2]$.

Теперь **сожмём** синусоиду **вдоль оси** OY в 2 раза:



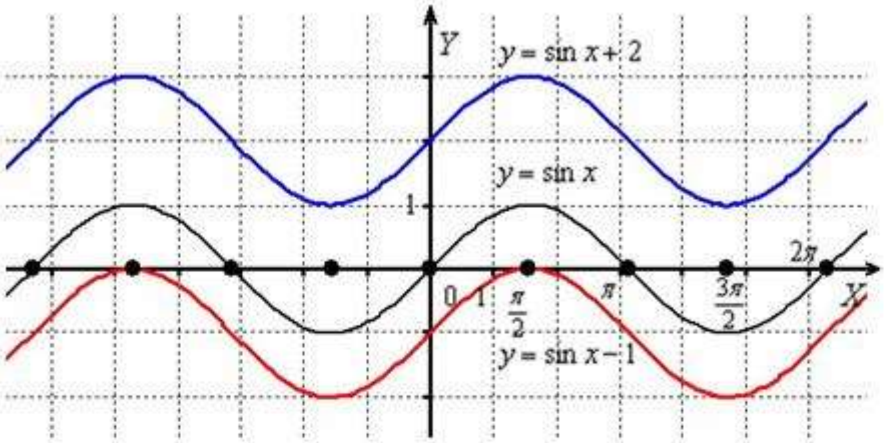
Построить график функции $y = -\sin x$

Отобразим синусоиду симметрично относительно оси OX:



<u>Пример 6</u>

Построить графики функций $y = \sin x + 2, \quad y = \sin x - 1$.



1) График функции $f(x)$ растягиваем (сжимаем) вдоль оси OY. Если множитель отрицателен, дополнительно осуществляем симметричное отображение относительно оси OX.

2) Полученный на первом шаге график $mf(x)$ сдвигаем вверх или вниз в соответствии со значением константы h.

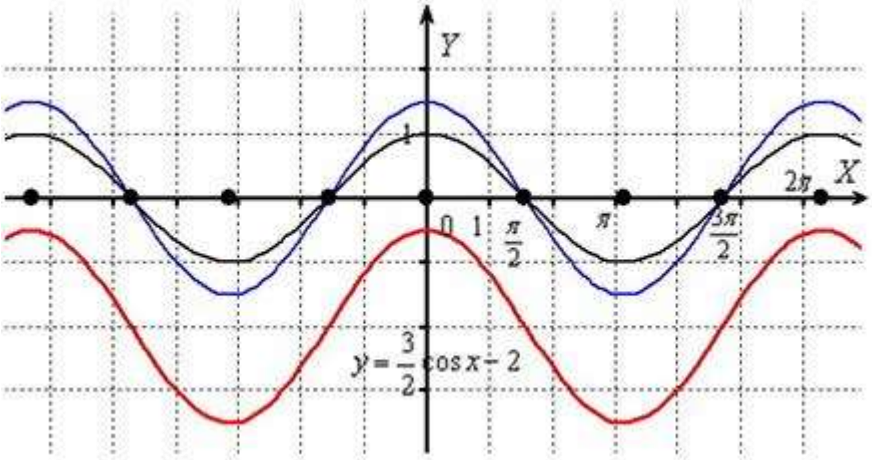
<u>Пример 7</u>

Построить график функции $y = \frac{3}{2}\cos x - 2$

График косинуса $y = \cos x$ (чёрный цвет):

1) Растягиваем вдоль оси OY в 1,5 раза: $y = \frac{3}{2}\cos x$ (синий цвет);

2) Сдвигаем вдоль оси OY на 2 единицы вниз: $y = \frac{3}{2}\cos x - 2$:

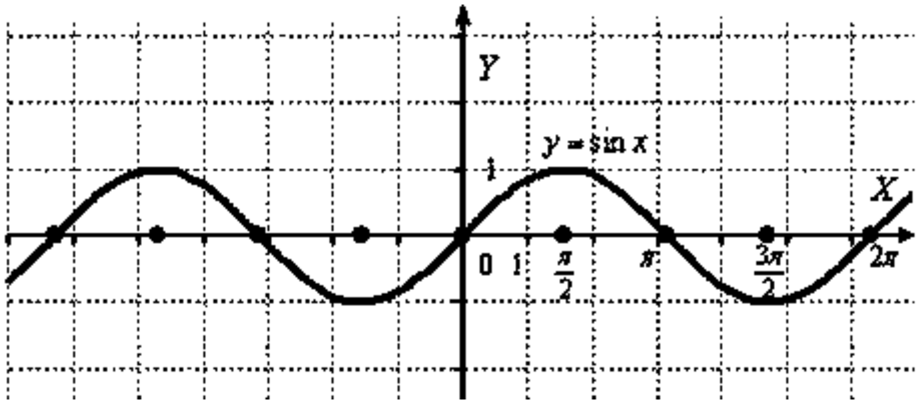


Сначала посмотрим, что происходит, когда модуль применяется к АРГУМЕНТУ функции.

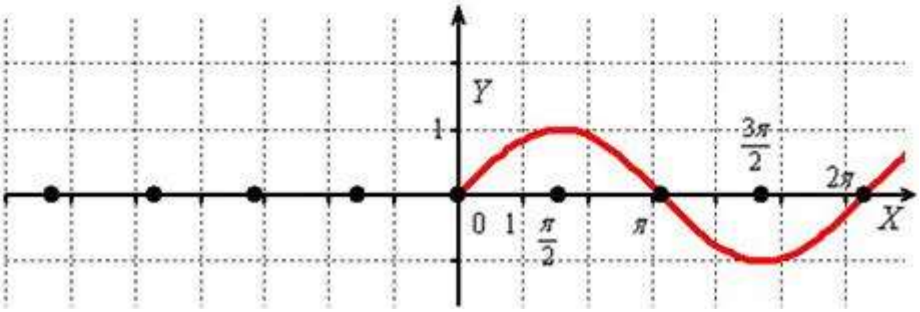
Правило: график функции $f(|x|)$ получается из графика функции $f(x)$ следующим образом: при $x \geq 0$ график функции $f(x)$ **сохраняется**, а при $x < 0$ «сохранённая часть» **отображается симметрично** относительно оси OY.

Пример 8

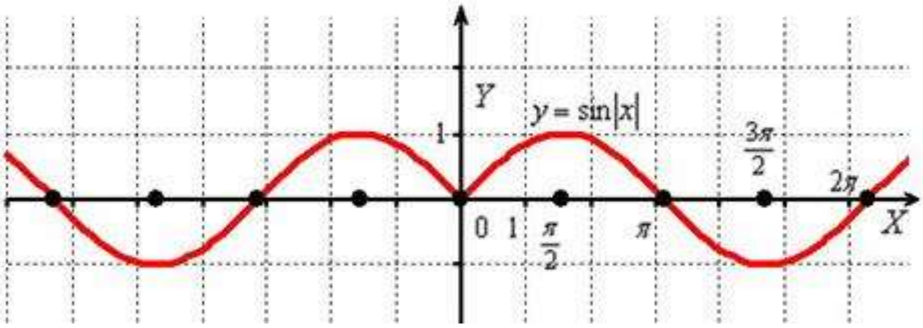
Построить график функции $y = \sin|x|$



Согласно правилу, при $x \geq 0$ график сохраняется:

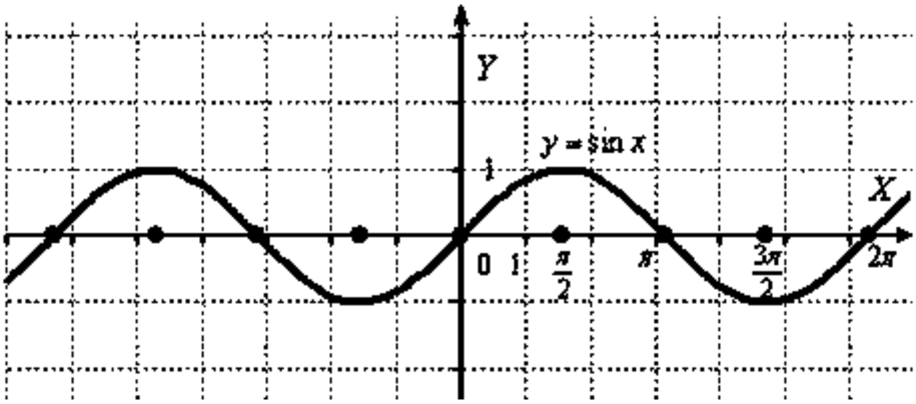


И сохранившаяся часть отображается симметрично относительно оси OY в левую полуплоскость:

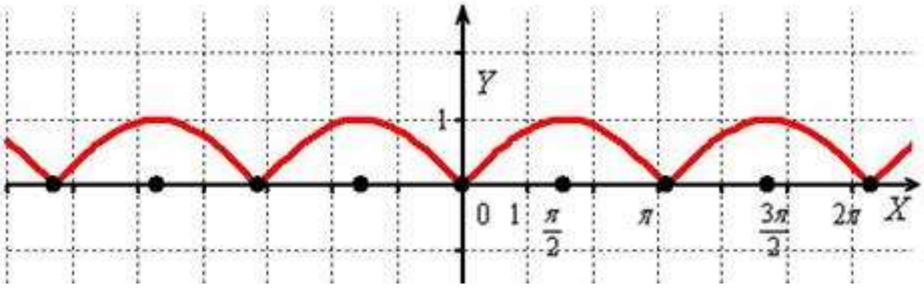


Пример 9

Построить график функции $y = |\sin x|$.



И снова – то, что находиться в верхней полуплоскости – оставим в покое, а содержимое подвала – отобразим симметрично относительно оси OX :



Задания для самостоятельной работы.

Вариант 1

1.Построить график функции $y = \cos\alpha$ и описать свойства.

2. Какие преобразования нужно выполнить, чтобы построить графики функций $y = \frac{1}{2}\sin x$; $y = \sin 2x$; $y = 3\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$; $y = \cos\frac{x}{3}$?

3. Исследуйте функцию $y = 3\sin\frac{x}{2}$ и постройте ее график

Вариант 2

1.Построить график фунуции $y = \sin\alpha$ и описать свойства.

2. Какие преобразования нужно выполнить, чтобы построить графики функций $y = \frac{1}{2}\sin x$; $y = \sin 2x$; $y = 3\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$; $y = \cos\frac{x}{3}$?

3. Исследуйте функцию $y = -1{,}5\cos 3x$ и постройте ее график

Вариант 3

1.Построить график функции $y = \mathrm{tg}\,\alpha$ и описать свойства.

2. Какие преобразования нужно выполнить, чтобы построить графики функций $y = \frac{1}{2}\sin x$; $y = \sin 2x$; $y = 3\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$; $y = \cos\frac{x}{3}$?

3. Исследуйте функцию $y = -2\cos\frac{x}{2}$ и постройте ее график

Вариант 4

1.Построить график функции $y = \mathrm{ctg}\,\alpha$ и описать свойства.

2. Какие преобразования нужно выполнить, чтобы построить графики функций $y = \frac{1}{2}\sin x$; $y = \sin 2x$; $y = 3\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$; $y = \cos\frac{x}{3}$?

3. Исследуйте функцию $y = \frac{1}{2}\mathrm{tg}\,2x$ и постройте ее график

Контрольные вопросы

1. какие простейшие преобразования графиков вы знаете? Перечислите их.
2. Для чего они применяются?
3. Что такое деформация?

Время на выполнение: 90- мин.
в том числе:
подготовка 10 мин.;
выполнение 1 час.10 мин.;
оформление и сдача 10 мин.

Работа выполняется в тетради для практических работ.

Шкала оценки образовательных достижений

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Практическая работа №6

Тема: «Способы решения простейших тригонометрических неравенств».

Цель: обобщить и закрепить знания по данной теме.

При выполнении практической работы студент должен

знать:

- определение и свойства обратных тригонометрических функций, понятие тригонометрического круга, формулы для решения простейших тригонометрических уравнений

уметь:

- отмечать на круге решения простейших тригонометрических неравенств.

Планируемые результаты:

ЛР 6. Готовность и способность к самостоятельной творческой и ответственной деятельности;

МПР 6. Умение использовать средства информационных и коммуникационных технологий (далее - ИКТ) в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности;

ПР 4. Владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Порядок выполнения работы:

1.Повтоить теоретический материал по теме «Решение тригонометрических неравенств».

2.Рассмотреть примеры решения типовых заданий.

3. Ответить на контрольные вопросы.

4. Выполнить самостоятельную работу**.**

5. Сдать отчет по проделанной работе.

Краткие теоретические сведения.

Тригонометрическими неравенствами называются неравенства, которые содержат переменную под знаком тригонометрической функции.

Решение тригонометрических неравенств зачастую сводится к решению простейших тригонометрических неравенств вида:

$$\sin x < a, \quad \cos x < a, \quad \mathrm{tg} x < a, \quad \mathrm{ctg} x < a,$$
$$\sin x > a, \quad \cos x > a, \quad \mathrm{tg} x > a, \quad \mathrm{ctg} x > a,$$
$$\sin x \le a, \quad \cos x \le a, \quad \mathrm{tg} x \le a, \quad \mathrm{ctg} x \le a,$$
$$\sin x \ge a, \quad \cos \ge a, \quad \mathrm{tg} x \ge a, \quad \mathrm{ctg} x \ge a.$$

Решаются простейшие тригонометрические неравенства графически или с помощью единичной тригонометрической окружности.

По определению, синус угла α есть ордината точки $P(x,y)$ единичного круга (рис. 1), а косинусом – абсцисса этой точки. Этот факт используется при решении простейших тригонометрических неравенств с косинусом и синусом с помощью единичного круга.

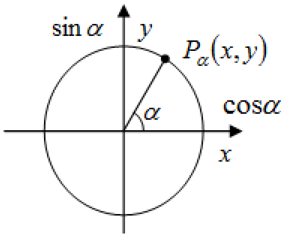


Рис. 1

Рассмотрим схему решения тригонометрических неравенств с помощью единичного круга.

a) Неравенства $\sin x < a$

$-1 < a \le 1$	$-\pi - \arcsin a + 2\pi k < x < \arcsin a + 2\pi k, k \in Z$
$a > 1$	R
$a \le -1$	$\varnothing$

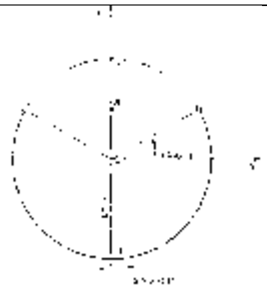


Рис. 2

b) Неравенства $\sin x > a$

$-1 \le a < 1$	$\arcsin a + 2\pi k < x < \pi - \arcsin a + 2\pi k, k \in Z$
$a \ge 1$	$\varnothing$

$a<-1$	R

Рис. 3

c) Неравенства $\cos x < a$

$-1<a\le 1$	$\arccos a + 2\pi k < x < 2\pi - \arccos a + 2\pi k, k \in Z$
$a>1$	R
$a\le -1$	$\varnothing$

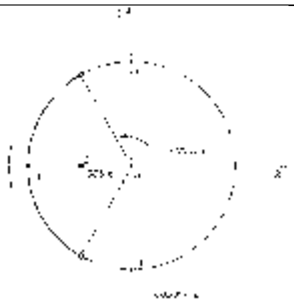


Рис. 4

d) Неравенства $\cos x > a$

$-1<a\le 1$	$-\arccos a + 2\pi k < x < \arccos a + 2\pi k, k \in Z$
$a\ge 1$	$\varnothing$
$a<-1$	R

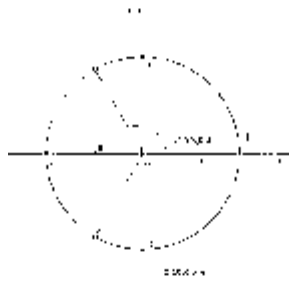


Рис. 5

e) **Неравенства** $tgx < a$

$a \in R$	$-\frac{\pi}{2} + \pi k < x < \mathrm{arctg}\, a + \pi k, k \in Z$

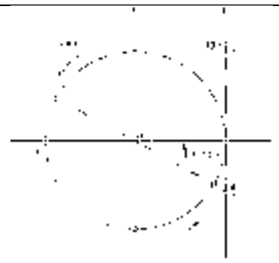


Рис. 6

f) **Неравенства** $tgx > a$

$a \in R$	$\mathrm{arctg}\, a + \pi k < x < \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$

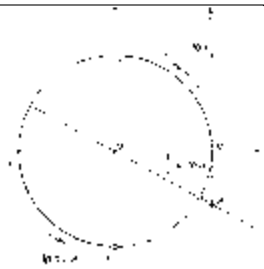


Рис. 7

g) **Неравенства** $ctgx < a$

$a \in R$	$\mathrm{arcctg}\, a + \pi k < x < \pi + \pi k, k \in Z$

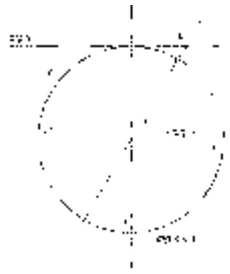


Рис. 8

h) Неравенства $ctgx > a$

$a \in R$	$\pi k < x < \operatorname{arcctg} a + \pi k, k \in Z$

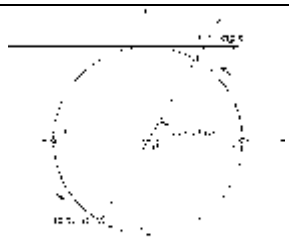


Рис. 9

Задания для самостоятельной работы.

Вариант 1.

Решите неравенства:

1. $\operatorname{tg} x \geq -1$
2. $1 - 2\cos\frac{x}{2} > 0$
3. $2\sin x \geq 1$
4. $\cos\left(4x + \frac{\pi}{4}\right) > -\frac{\sqrt{2}}{2}$
5. $\sin\left(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{12}\right) < \frac{\sqrt{2}}{2}$
6. $\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) \geq \frac{1}{4}$

7. $\cos 3x < -2$

Вариант 2.

Решите неравенства:

1. $\operatorname{tg} x \le \sqrt{3}$
2. $-\sqrt{3} - 2\sin 3x < 0$
3. $2\cos x < \sqrt{2}$
4. $\sin\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) \ge -\frac{\sqrt{3}}{2}$
5. $\cos\left(x + \frac{1}{4}\right) \le -\frac{\sqrt{2}}{2}$
6. $\sin\left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{3}\right) > \frac{1}{3}$
7. $\sin 2x > -\sqrt{3}$

Контрольные вопросы

1. Дайте определение арккосинуса числа а.
2. Дайте определение арксинуса числа а.
3. Дайте определение арктангенса числа а.
4. Чему равен арксинус отрицательного числа а?
5. Чему равен арккосинус отрицательного числа а?

Время на выполнение: 90- мин.
в том числе:
подготовка 10 мин.;
выполнение 1 час.10 мин.;
оформление и сдача 10 мин.

Работа выполняется в тетради для практических работ.
Шкала оценки образовательных достижений

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог

90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Практическая работа №7

Тема: «Построение графиков функций, с помощью первой и второй производной».

Цель: закрепить и систематизировать знания по теме, умение применять методы математического анализа к исследованию функции, построению графика.

При выполнении практической работы студент должен

знать:

- свойства функций и алгоритм чтения графиков
- таблицу производных;
- алгоритм исследования функции с помощью 1 и 2 производной;

уметь:

-вычислять производные элементарных функций, исследовать функции на экстремум, строить графики функций;

Планируемые результаты:

ЛР 7. Готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;

МПР 6.Владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

МПР 7. Владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;

ПР 5. Сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа;

Порядок выполнения работы:

1. Повторить теоретический материал по теме « Применение производной к исследованию функции».
2. Рассмотреть примеры решения типовых заданий.
3. Ответить на контрольные вопросы.
4. Выполнить самостоятельную работу**.**
5. Сдать отчет по проделанной работе.

Краткие теоретические сведения

Схема исследования функции.

1.Найти обласьб определния функции.

2.Исследовать функцию на четность, нечетность, периодичность.

3.Найти точки пересечения графика с осями координат.

4.исследовать функцию на монотонность.

5.Найти точки экстремума и значения функции в этих точках.

6. Найти точки перегиба. Определить участки выпуклости и вогнутости.

7. Построить график функции.

1. Находим **<u>область определения</u>** ***D(f)*** функции *y = f(x).*

2. Проверяем функцию на **четность.**

Если ***f(-x) = f(x),*** то функция **четная,** график функции симметричен относительно оси OY.

Если ***f(-x) = - f(x),*** то функция **нечетная,** график нечетной функции симметричен относительно начала координат.

В противном случае функция является ни четной, ни нечетной.

3. Если функция **периодическая**, то находим период функции.

4. Находим **точки пересечения графика с осями координат.**

Находим **нули функции - это точки пересечения графика функции с осью абсцисс (Ох).**

Для этого мы решаем уравнение ***f(x) = 0.***

Находим **точку пересечения графика функции с осью ординат (Оу).** Для этого ищем **значение функции** при ***x=0***.

5. Находим **промежутки знакопостоянства функции**, то есть промежутки, на которых функция сохраняет знак. Это нам потребуется для контроля правильности построения графика.

Чтобы найти промежутки знакопостоянства функции, нам нужно решить неравенства ***f(x) >0*** и ***f(x) <0*** .

6. Исследуем функцию с помощью производной: находим **промежутки возрастания и убывания** функции, а также **точки максимума и минимума**.

Для этого мы следуем привычному алгоритму.

а) Находим производную $f'(x)$

б) Приравниваем производную к нулю и находим корни уравнения $f'(x) = 0$

- это стационарные точки.

в) Находим промежутки знакопостоянства производной. Промежутки, на которых **производная положительна**, являются **промежутками возрастания функции**.

Промежутки, на которых **производная отрицательна**, являются **промежутками убывания функции**.

Точки, в которых **производная меняет знак с плюса на минус**, являются **точками максимума**.

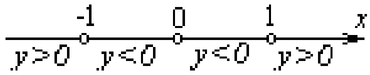
Точки, в которых **производная меняет знак с минуса на плюс**, являются **точками минимума**.

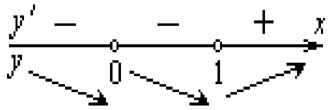
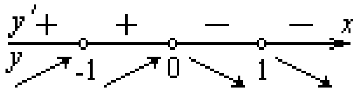
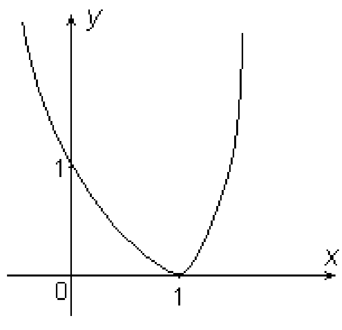
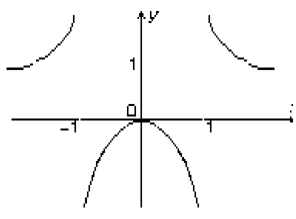
7. Найти **значения функции в точках экстремума.**

8. По данным исследования **построить график функции**.

Типовое задание.. Исследуйте и постройте графики функции:

а) $f(x)=3x^4-4x^3+1$; б) $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2-1}$.

№ шага	План исследования Функции	Применение плана	
		а) $f(x)=3x^4-4x^3+1$	б) $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2-1}$
1	Находим область определения функции	$D(f)=R$	$x^2-1=0$, $x=\pm1$, $D(f)=(-\infty;-1)\cup(-1;1)\cup$ $\cup(1;+\infty)$
2	Исследуем функцию на четность, нечетность	$f(-x)=3x^4+4x^3+1\neq\pm f(x)$ $\Rightarrow$ функция ни четная, ни нечетная	$f(-x)=\dfrac{x^2}{x^2-1}=f(x)$ $\Rightarrow$ функция четная
3	Находим нули (корни) функции и промежутки её знакопостоянства	$3x^4-4x^3+1=0$, $(3x^4-3x^3)-$ $-(x^3-1)=0$, $(x-1)^2(3x^2+2x+1)=0$, $x-1=0$, $x=1$ - нуль функции	$\dfrac{x^2}{x^2-1}=0$, $x=0$ - нуль функции 

4	Находим производную функции и её критические точки	$f'(x)=\left(3x^4-4x^3+1\right)' =12x^3-$ $-12x^2=12x^2(x-1)$, $f'(x)=0 \Rightarrow x=0;1$ - критические точки функции	$f'(x)=\left(\dfrac{x^2}{x^2-1}\right)' =$ $=\dfrac{2x\left(x^2-1\right)-2x^3}{\left(x^2-1\right)^2}=-\dfrac{2x}{\left(x^2-1\right)^2}$ $f'(x)=0 \Rightarrow x=0$ - критическая точка функции
5	Находим промежутки монотонности, точки экстремума и экстремумы функции	 $y'(-1)<0, y'(0{,}5)<0, y'(2)>0$ x=0 – не является точкой экстремума, x=1 – точка минимума, $y_{min}=y(1)=0$	 $y'(-2)>0, y'(-0{,}5)>0,$ $y'(0{,}5)<0, y'(2)<0$, x=0 – точка максимума, $y_{max}=y(0)=0$
6	Находим предел функции при $x\to\pm\infty$	$\lim\limits_{\Delta x\to\pm\infty}\left(3x^4-4x^3+1\right)=\infty$	$\lim\limits_{\Delta x\to\pm\infty}\dfrac{x^2}{x^2-1}=1$
7	Строим эскиз графика функции		

Задания для самостоятельной работы.

Вариант 1.

1. Исследуйте функцию $f(x)=\frac{x}{2}-x^4$ на максимум и минимум.
2. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x)=2x^3-3x^2+5$ и постройте ее график.
3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=x^4-8x^2-9$ на отрезке $[0;3]$.

Вариант 2.

1. Исследуйте функцию $f(x)=x^3-3x$ на максимум и минимум.
2. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x)=-\frac{1}{3}x^3+1{,}5x^2$ и постройте ее график.
3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=-x^4+2x^2+3$ на отрезке $[0;4]$

Вариант 3.

1. Исследуйте функцию $f(x)=\frac{x^4}{4}-2x^2+5$ на максимум и минимум.
2. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x)=2x^3-3x^2$ и постройте ее график.
3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=x^4-8x^2-9$ на отрезке $[-3;5]$

Вариант 4.

1. Исследуйте функцию $f(x)=12x-x^3$ на максимум и минимум.
2. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x)=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{5}x^5$ и постройте ее график.
3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=x^3-3x$ на отрезке $[-1{,}5;2]$

Контрольные вопросы

1 Какую точку называют критической (стационарной) точкой функции?

2.Сформулируйте признак возрастания (убывания) функции.

3.Сформулируйте признак максимума (минимума) функции.

4.Опишите схему исследования функции.

Время на выполнение: 90- мин.
в том числе:
подготовка 10 мин.;
выполнение 1 час.10 мин.;
оформление и сдача 10 мин.

Работа выполняется в тетради для практических работ.

Шкала оценки образовательных достижений

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Практическая работа №8

Тема: «Вычисление площади криволинейной трапеции. Применение интеграла к вычислению физических величин и площадей.»

Цель: приобрести навыки и умения вычисления площадей плоских фигур ,применять определенный интеграл в физических задачах.

При выполнении практической работы студент должен

знать:

-понятие определенного интеграла;

-криволинейной трапеции;

-формулу Ньютона-Лейбница;

-формулу площади криволинейной трапеции;

уметь:

-чертить криволинейную трапецию;

-вычислять площадь криволинейной трапеции;

-применять интеграл в физических задачах;

Планируемые результаты:

ЛР 3. Развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;

МПР 7. Владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;

ПР 3.Владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

ПР 5. Сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа;

Порядок выполнения работы:

1.Повторить теоретический материал по теме «Определенный интеграл. Площадь криволинейной трапеции».

2.Рассмотреть примеры решения типовых заданий.

3. Ответить на контрольные вопросы.

4. Выполнить самостоятельную работу**.**

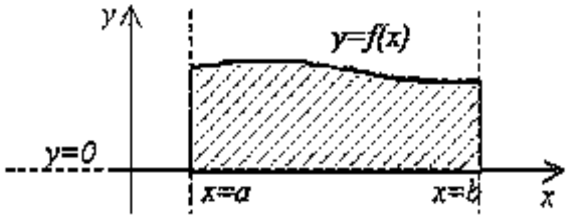
5. Сдать отчет по проделанной работе.

Краткие теоретические сведения.

Геометрический смысл определенного интеграла.

Если интегрируемая на отрезке $a \le x \le b$ функция *f(x)* неотрицательна, то **определенный интеграл** $\int\limits_a^b f(x)dx$ численно равен **площади *S* криволинейной трапеции** *a*АВb, ограниченной графиком функции *y = f(x)*, осью абсцисс 0х и прямыми *x = a* и *x = b*, т.е.

$$S = \int\limits_a^b f(x)dx.$$



Если функция $y = f(x) \ge 0$ на отрезке $[a,b]$, то площадь криволинейной трапеции, ограниченной кривой $y = f(x) \ge 0$, осью 0х и прямыми $x = a,\ x = b$ равна

$$S = \int\limits_a^b f(x)dx \quad (1)$$

- Если функция $f(x) \le 0$ на $[a,b]$, то площадь вычисляется по формуле (1) от абсолютной величины подынтегральной функции

$$S = \int\limits_a^b |f(x)|dx \qquad \text{или} \qquad S = -\int\limits_a^b f(x)dx$$

- Если надо вычислить площадь фигуры, ограниченной двумя кривыми $y = f_1(x)$ и $y = f_2(x)$, при условии, что $f_2(x) \ge f_1(x)$, то искомую площадь найдем как разность площадей двух криволинейных трапеций

$$S = \int\limits_a^b (f_2(x) - f_1(x))dx \quad (2)$$

Для нахождения пределов интегрирования надо найти абсциссы точек А и В пересечения кривых, решив уравнение $f_1(x) = f_2(x)$.

2. *Решение типовых примеров:*

Пример 1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x + 2$, $y = 2x - \frac{x^2}{2} + 6$

Решение.

Находим точки пересечения заданных линий. Для этого решаем систему уравнений:

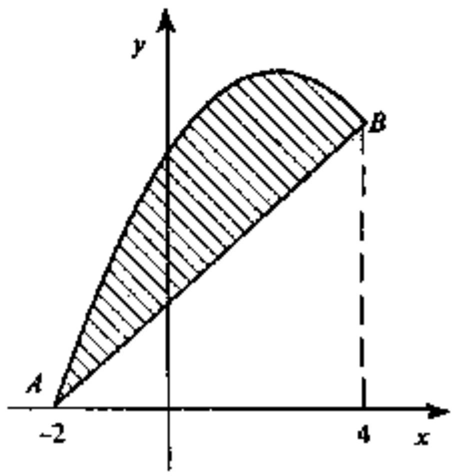
$$\begin{cases} y = x + 2, \\ y = 2x - \dfrac{x^2}{2} + 6. \end{cases}$$

Для нахождения абсцисс точек пересечения заданных линий решаем уравнение:

$$x + 2 = 2x - \frac{x^2}{2} + 6 \quad \text{или} \quad x^2 - 2x - 8 = 0.$$

Находим: $x_1 = -2$, $x_2 = 4$.

Итак, данные линии, представляющие собой параболу и прямую, пересекаются в точках $A(-2;\ 0)$, $B(4;\ 6)$.



Эти линии образуют замкнутую фигуру, площадь которой вычисляем по указанной выше формуле:

$$S = \int_{-2}^{4} \left(2x - \frac{x^2}{2} + 6 - x - 2 \right) dx = \int_{-2}^{4} \left(x - \frac{x^2}{2} + 4 \right) dx.$$

По формуле Ньютона-Лейбница находим:

$$S = \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} + 4x \right) \Bigg|_{-2}^{4} = \frac{16}{2} - \frac{64}{6} + 16 - \frac{4}{2} - \frac{8}{6} + 8 = 18.$$

Ответ: $S = 18 ед.^2$

Пример 2. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями

$y = -x^2 + 4x; y = 0$.

Решение.

Находим точки пересечения заданных линий. Для этого решаем систему уравнений: $\begin{cases} y = -x^2 + 4x \\ y = 0 \end{cases}$

Для нахождения абсцисс точек пересечения заданных линий решаем уравнение:

$$-x^2 + 4x = 0$$

Находим: $x_1 = 0,\ x_2 = 4$

Искомую площадь криволинейной трапеции найдем по формуле:

$$S = \int_a^b f(x)dx$$

$$S = \int_0^4 (-x^2 + 4x)dx = (-\frac{x^3}{3} + 4\frac{x^2}{2})\Big|_0^4 = \frac{32}{3}$$

Ответ: $S = \frac{32}{3}$ *ед.*^{2}

Пример 3. Вычислить площадь, ограниченную линиями

$y = x^2 + 1, y = 0, x = 0, x = 2$.

Решение.

Искомую площадь криволинейной трапеции найдем по формуле:

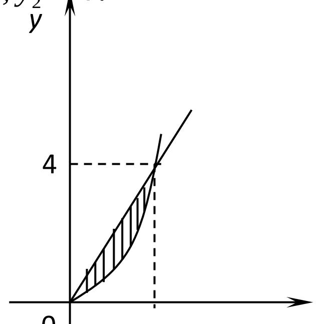
$$S = \int_0^2 (x^2 + 1)dx = (\frac{x^3}{3} + x)\Big|_0^2 = \frac{8}{3} + 2 - 0 = 4\frac{2}{3}$$

Ответ: $S = 4\frac{2}{3}$ *ед.*^{2}

Пример 4.Вычислить площадь, ограниченную линиями $y = x^2$ и $y = 2x$.

Решение. Решая систему уравнений $y = x^2$ и $y = 2x$, найдем координаты точек пересечения параболы и прямой: $x_1 = 0, x_2 = 2, y_1 = 0, y_2 = 4$.

Искомая площадь равна разности площадей



двух криволинейных трапеций:

$$S = \int_0^2 2xdx - \int_0^2 x^2dx = \int_0^2 (2x - x^2)dx = (2\cdot\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3})\Big|_0^2 = 4 - \frac{8}{3} - 0 = \frac{4}{3}$$

Пример 5.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой $y = -x^2 - 2x + 3$, осями координат и прямой $x = 2$.

В рассматриваемом случае функция $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[0; 2]$ меняет знак, а именно $f(x) \geq 0$ на отрезке $[0; 1]$ и $f(x) \leq 0$ на отрезке $[1; 2]$.

Для нахождения искомой площади воспользуемся формулой (3):

$$S = \int_0^2 \left|-x^2 - 2x + 3\right|dx = \int_0^1 \left|-x^2 - 2x + 3\right|dx + \int_1^2 \left|-x^2 - 2x + 3\right|dx =$$

$$= \int_0^1 (-x^2 - 2x + 3)dx - \int_1^2 (-x^2 - 2x + 3)dx =$$

$$= \left[-\frac{x^3}{3} - x^2 + 3x\right]_0^1 - \left[-\frac{x^3}{3} - x^2 + 3x\right]_1^2 = \frac{5}{3} - \left(-\frac{7}{3}\right) = 4 \text{ (кв. ед.).}$$

Ответ: $S = 4 \;\; ед.^2$

Пример 6.

Вычислить путь, пройденный точкой за 4 секунды от начала движения, если скорость точки $v = 2t + 4$ (м/с).

По условию: $v(t) = 2t + 4, a = 0, b = 4$.

Тогда $S = \int_0^4 (2t+4)dt = 2\frac{t^2}{2}\Big|_0^4 + 4t\Big|_0^4 = 4^2 + 4\cdot 4 = 32$ (м/с).

Задания для самостоятельной работы
Вариант 1

1.Решить задачу. Скорость прямолинейного движения тела выражается формулой $\upsilon = 2t + 3t^2$ (м/с). Найти путь, пройденный телом за 5 секунд от начала движения.

2.Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

1. $y = x + 3, y = x^2 + 1.$

2. $y = x^3, x = -2, x = 1, y = 0.$

Вариант 2

1.Решить задачу. Тело движется прямолинейно со скоростью $v(t) = 2t^2 - t + 1$ (м/с). Найти путь, пройденный за первые 3 с.

Ответ: 16,5 м.

2.Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

1. $y = x^2, x = 1, x = 3, y = 0.$

2. $y = \frac{1}{2}x^2, y = 4 - x.$

Контрольные вопросы.

1. Сформулируйте основные свойства определённого интеграла.

2. Запишите формулу Ньютона-Лейбница.

3. Запишите формулу интегрирования по частям для определённого интеграла.

4. Запишите формулы для вычисления площадей плоских фигур.

5.Запишите формулу для вычисления пути прямолинейного движения.

Время на выполнение: 90- мин.
в том числе:
подготовка 10 мин.;
выполнение 1 час.10 мин.;
оформление и сдача 10 мин.

Работа выполняется в тетради для практических работ.
Шкала оценки образовательных достижений

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Практическая работа №9

Тема: «Действия с векторами, заданными координатами»

Цель: сформировать у студентов умение находить координаты вектора; производить действия над векторами (сложение, вычитание, умножение вектора на число), вычислять скалярное произведение; вычислять угол между векторами;

При выполнении практической работы студент должен

знать:

- определения: вектора, модуль вектора, равные вектора;

-.правила работы с векторами;

-.условия перпендикулярности и коллинеарности векторов;

-скалярного произведения векторов;

уметь:

находить координаты вектора ;

-.вычислять скалярное произведение;

- находить угол между векторами;

Планируемые результаты:

ЛР 1. Сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

ЛР 3.Развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;

МПР 5. Умение использовать средства информационных и коммуникационных технологий (далее - ИКТ) в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности;

ПР 8. Владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.

ПР 6.Владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

Порядок выполнения работы:

1.Изучить теоретический материал по теме «Вектора в пространстве», «Координаты точек в PASCAL»

2.Рассмотреть примеры решения типовых заданий.

3. Ответить на контрольные вопросы.

4. Выполнить самостоятельную работу**.**

5. Сдать отчет по проделанной работе.

Краткие теоретические сведения.

Пусть в трехмерном пространстве заданы векторы $\overline{a}\{x_1;y_1;z_1\},\overline{b}\{x_2;y_2;z_2\},\overline{c}\{x_3;y_3;z_3\}$ своими координатами.

1). ***Сложение*** двух векторов производится поэлементно, то есть если $\overline{c}=\overline{a}+\overline{b}$, то в координатной форме записывается:

$$c\{x_3;y_3;z_3\}=\{x_1;y_1;z_1\}+\{x_2;y_2;z_2\}=\{x_1+x_2;y_1+y_2;z_1+z_2\}$$

2) Умножение вектора на число.

В случае n-мерного пространства произведение вектора $a = \{a_1 ; a_2; ... ; a_n\}$ и числа k можно найти воспользовавшись следующей формулой:

$k \cdot a = \{k \cdot a_1; k \cdot a_2; ... ; k \cdot a_n\}$

Пример 1. Найти произведение вектора $\boxed{a} = \{1; 2\}$ на 3.

Решение: $3 \cdot \boxed{a} = \{3 \cdot 1; 3 \cdot 2\} = \{3; 6\}$.

3). Координаты вектора.

Вектор AB заданный координатами точек $A(A_x ; A_y ; A_z)$ и $B(B_x ; B_y ; B_z)$ можно найти воспользовавшись следующей формулой

$AB = \{B_x - A_x ; B_y - A_y ; B_z - A_z\}$

Пример 2. Найти координаты вектора AB, если A(1; 4; 5), B(3; 1; 1).

Решение: AB = {3 - 1; 1 - 4; 1 - 5} = {2; -3; -4}.

4)Длина вектора.

Если даны две точки пространства $A(x_1; y_1; z_1)$ и $B(x_2; y_2; z_2)$, то **длину** отрезка AB можно вычислить по формуле $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$

Пример 3.

Даны точки $A(-3; 5)$ и $B(1; -3)$. Найти длину отрезка AB.

Решение: по соответствующей формуле:

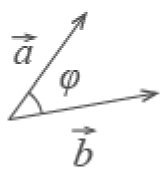
$$|AB| = \sqrt{(1-(-3))^2 + (-3-5)^2} = \sqrt{4^2 + (-8)^2} = \sqrt{16+64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

Ответ: $|AB| = 4\sqrt{5}$ ед. $\approx 8{,}94$ ед.

5. Скалярное произведение векторов

Скалярным произведением векторов называется произведение длин векторов на косинус угла между ними.

$$\vec{a} \bullet \vec{b} = |\vec{a}| \bullet |\vec{b}| \bullet \cos\varphi$$



6. Из формулы для скалярного произведения можно найти **угол между векторами:**

$$\cos\varphi = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|} = \frac{x_a\cdot x_b + y_a\cdot y_b}{\sqrt{x_a^2+y_a^2}\cdot\sqrt{x_b^2+y_b^2}}$$

Пример 4. Найти угол между векторами a = {3; 4; 0} и b = {4; 4; 2}.

Решение: Найдем скалярное произведение векторов:

$a\cdot b = 3\cdot 4 + 4\cdot 4 + 0\cdot 2 = 12 + 16 + 0 = 28.$

Найдем модули векторов:

$|a| = \sqrt{3^2 + 4^2 + 0^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$
$|b| = \sqrt{4^2 + 4^2 + 2^2} = \sqrt{16 + 16 + 4} = \sqrt{36} = 6$

Найдем угол между векторами:

$$\cos\alpha = \frac{a\cdot b}{|a|\cdot|b|} = \frac{28}{5\cdot 6} = \frac{14}{15}$$

Задания для самостоятельной работы.

Вариант 1

№ п/п	Название операции	Исходные данные
1	**Найти сумму векторов**	$\vec{a}\{1;-2;3\}$, $\vec{b}\{4;0;-1\}$
2	**Найти разность векторов**	$\vec{a}\{4;1;-3\}$, $\vec{b}\{0;-5;2\}$
3	**Найти произведение вектора на число**	$\vec{a}\{-1;3;1\}$, δ – число $\delta=-3$
4	**Вычислить координаты середины отрезка**	**Точка А**$(1;2;-3)$. **Точка В (-3;4;-1) .Точка С- середина отрезка АВ. С(**x_c $y_c;z_c$) **;.**
5	**Найти координаты вектора**	**Точка А**$(5;0;-3)$. **Точка В (-1;4;-7)**
6	**Найти длину вектора**	$\vec{a}\{3,-2,0\}$
7	**Вычислить скалярное произведение векторов**	$\vec{a}\{-2;3;7\}$, $\vec{b}\{-9;0;2\}$
8	**Найти косинус угла между векторами**	$\vec{a}\{2;0;1\}$, $\vec{b}\{-3;1;2\}$

9	**При каких значениях m и n векторы коллинеарны?**	$\vec{a}\{m;3;1\}$, $\vec{b}\{1;n;2\}$
10	**Проверьте перпендикулярность векторов**	$\vec{a}\{-4;0;1\}$, $\vec{b}\{2;7;8\}$
11	**Треугольник задан координатами своих вершин. Найти периметр треугольника – среда программирования PASCAL ABC**	**A(2;3), B(1;4), C(2;1)**

Вариант 2

№ п/п	**Название операции**	**Исходные данные**
1	**Найти сумму векторов**	$\vec{a}\{2;-3;4\}$, $\vec{b}\{-1;2;0\}$
2	**Найти разность векторов**	$\vec{a}\{4;-5;7\}$, $\vec{b}\{3;-1;2\}$
3	**Найти произведение вектора на число**	$\vec{a}\{-2;4;0\}$, δ – число $\delta=-4$
4	**Вычислить координаты середины отрезка**	**Точка A**$(-3;1;2)$ **Точка B (2;-3;1)** **Точка C- середина отрезка AB. C(**x_c, y_c, z_c) .
5	**Найти координаты вектора**	**Точка A**$(6;-3;4)$. **Точка B (1;-4;7)** .
6	**Найти длину вектора**	$\vec{a}\{0,2,-2\}$
7	**Вычислить скалярное произведение векторов**	$\vec{a}\{-3;2;9\}$, $\vec{b}\{-7;0;3\}$
8	**Найти косинус угла между векторами**	$\vec{a}\{4;1;0\}$, $\vec{b}\{-5;3;1\}$

9	**При каких значениях m и n векторы коллинеарны?**	$\vec{a}\{m;5;3\}$, $\vec{b}\{2;n;4\}$
10	**Проверьте перпендикулярность векторов**	$\vec{a}\{0;-3;2\}$, $\vec{b}\{9;4;6\}$
11	**Треугольник задан координатами своих вершин. Найти периметр треугольника – среда программирования PASCAL ABC**	**A(5;3), B(1;2), C(2;1)**

Контрольные вопросы.

1. Что называется вектором?
2. Как найти сумму векторов, заданных графически?
3. Чему равны координаты вектора, если известны координаты его начала и конца?
4. Как вычислить модуль вектора?
5. Что называется произведением вектора на число?
6. Что называется скалярным произведением двух векторов?
7. При каком условии скалярное произведение двух векторов может быть равно нулю?
8. Какими свойствами обладает скалярное произведение?
9. Чему равно скалярное произведение векторов, заданных своими координатами?
10. Как вычислить косинус угла между векторами, если известны их координаты?

Время на выполнение: 90- мин.
в том числе:
подготовка 10 мин.;
выполнение 1 час.10 мин.;
оформление и сдача 10 мин.

Работа выполняется в тетради для практических работ.

Шкала оценки образовательных достижений

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Практическая работа №10

Тема: «Построение сечений многогранников.»

Цель: отработать навыки построения сечений многогранников

При выполнении практической работы студент должен

уметь:

- применять изученные свойства многогранников при построении сечений многогранников;

знать:

-основные свойства многогранников;

-методы построения сечений;

Планируемые результаты:

ЛР 3.Развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;

МПР 3. Владение навыками познавательной, учебно-исследовательской деятельности и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

ПР 6.Владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

Порядок выполнения работы:

1. Повторить теоретический материал по теме «Построение сечений многогранников».
2. Рассмотреть примеры решения типовых заданий.
3. Ответить на контрольные вопросы.
4. Выполнить самостоятельную работу**.**
5. Сдать отчет по проделанной работе.

Краткие теоретические сведения.

При построении сечений пространственных фигур плоскостями для изображения этих сечений нужно научиться строить контур сечения по точкам. Если пространственная фигура является многогранником, то линией пересечения граней с секущей плоскостью является отрезок, для изображения которого достаточно получить изображение двух его точек.

Наиболее распространенным приемом для построения контура сечения является использование следа секущей плоскости в некоторой плоскости специальным образом связанной с данной фигурой (например, в плоскости основания призмы, пирамиды, цилиндра, конуса и т.д.)

Сечение многогранника плоскостью – многоугольник, представляющий собой множество всех точек пространства, принадлежащих одновременно данным многограннику и плоскости, плоскость при этом называется ***секущей*** плоскостью.

Построить сечение многогранника плоскостью – это значит построить прямые, являющиеся следами пересечения граней многогранника данной плоскостью. Для построения каждой такой прямой достаточно найти две точки, принадлежащие одновременно и секущей плоскости, и плоскости грани. Обычно эти точки лежат на ребрах многогранника.

Секущая плоскость может быть задана различными способами, например:

а) тремя точками, которые не лежат на одной прямой;
б) прямой и точкой, не лежащей на ней;
в) двумя пересекающимися прямыми;
г) двумя параллельными прямыми.

Построение плоских сечений многогранников выполняется на основе соответствующих пространственных аксиом и теорем. Не забываем, что прямая не имеет начала и не имеет конца.

Наиболее часто применяемыми методами построения сечений являются:

метод следов,

метод внутреннего проектирования и

метод переноса секущей плоскости.

Метод следов.

При использовании этого метода сначала строится след секущей плоскости на плоскости одной из граней многогранника (диагональной плоскости, плоскости симметрии) и след соответствующих боковых ребер на секущей плоскости. Далее строятся следы секущей плоскости на других гранях при наличии двух следов ребер, принадлежащих соответствующей грани, или их продолжений на секущей плоскости.

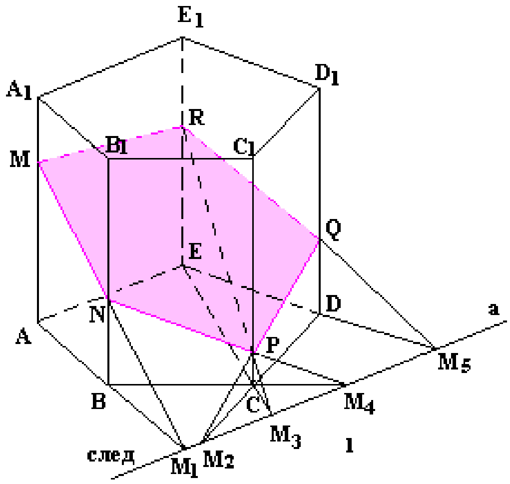
Задача 1.

Построить сечение призмы $ABCDEA_1B_1C_1D_1E_1$ плоскостью, проходящей через точку $M \in AA_1$ и прямую $a \in (ABCDE)$

Решение: Прямая a – это след секущей плоскости на плоскости основания.

Построение:

1. Продолжим ребро АВ до пересечения со следом. Получим точку M_1.
   Соединим т. M_1 с точкой

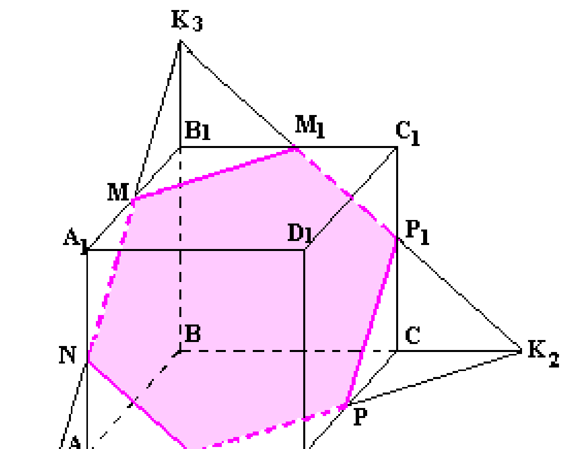


М. На ребре BB_1 получим точку N.

2. Продолжим ребро ВС до пересечения со следом. Получим т. M_4. Соединим т. M_4 с т.N. На ребреCC_1 получим т. Р.
3. Продолжим ребро ВС до пересечения со следом. Получим т. M_2. Построим прямую M_2P. При пересечении M_2P и DD_1 получим т. Q.
4. Продолжим ребро ED до пересечения со следом. Получим т. M_5. Построим прямую M_5Q до пересечения с ребром EE_1. Получим т. R. Соединим т. М и т. R.
5. Многоугольник MNPQR –искомое сечение.

Задача 2.

Построить сечение куба плоскостью, проходящей через три заданные на его ребрах точки M, N, P, две из которых лежат на смежных ребрах.

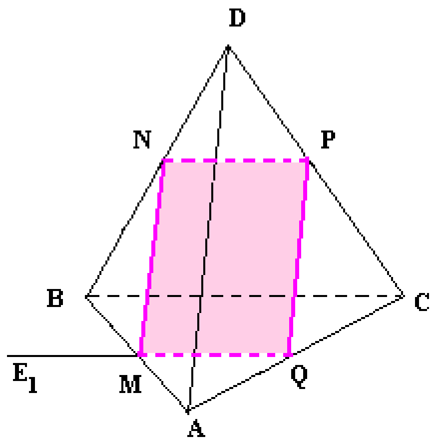


Построение.

1. Так как {M;N} $\in$(AA$_1$B$_1$B), то прямая (MN) – след секущей плоскости на плоскости (AA$_1$B$_1$C).
2. Прямая (MN) пересекает продолжение ребра AB в т. K_1, продолжение ребра BB_1 в т. K_3.
3. Построим (K_1P). Прямая (K_1P) ∩ (BC)=K_3; (K_1P) ∩ (AD)=N_1; $K_2 \in$ (BB_1C_1C); K_3 $\in$(BB_1C_1C).
4. Построим прямую (K_2K_3). (K_2K_3) ∩ (CC_1)=P_1. (K_2K_3) ∩ (B_1C_1)=M_1
5. Соединим точки {M; N; N_1; P_1;M_1}
6. Многоугольник $MNN_1PP_1M_1$ – искомое сечение.

Задача 3.

На ребрах AB, BD и CD тетраэдра ABCD отмечены точки M, N и P. Построить сечение тетраэдра плоскостью MNP.



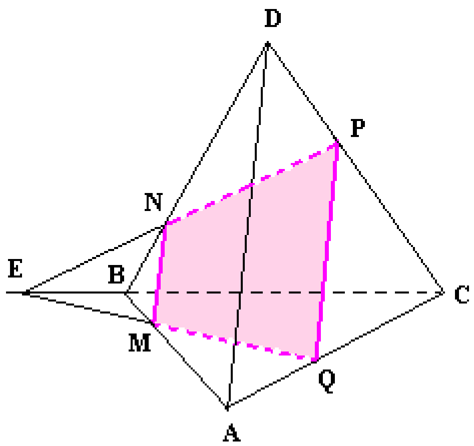
Решение:

1 случай

1. Прямая (NP) – след секущей плоскости (BDC). (NP) ∩ (BC)=E
2. Точка E ∈(ABC). Построим (EM) ∈(ABC). (EM) ∩ (AC)=Q
3. Соединим M и N; D_1 и C.
4. Многоугольник MNPQ – искомое сечение

2 случай.

1. Если прямые (NP)‖(BC), то прямая (NP)‖(ABC), поэтому (MNP) ∩ (ME_1)=(NP).
2. (AC)∩ ME_1=Q
3. Четырехугольник MNPQ – искомое сечение.



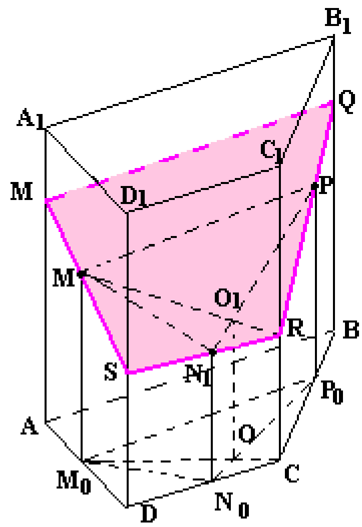
Метод внутреннего проектирования

При использовании этого метода на плоскости основания многогранника отмечаются четыре точки: три проекции (центральные или параллельные) трех точек, определяющих плоскость сечения, и одна должным образом выбранная вершина основания, принимаемая за проекцию одной из вершин сечения. Далее на одной из прямых плоскости сечения строится точка, проекцией которой служит точка пересечения диагоналей указанного четырехугольника. Найденная четвертая точка сечения вместе с одной из трех данных точек этого сечения определяет прямую, которая в пересечении с соответствующим ребром многогранника дает точку пересечения секущей плоскости с этим ребром.

Метод внутреннего проектирования является эффективным в тех случаях, когда след секущей плоскости не помещается на чертеже, так как секущая плоскость составляет малый угол с плоскостью основания.

Задача 4.

Построить сечение четырехугольной призмы плоскостью, проходящей через три заданные точки M, N, P, лежащие на трех ее разных боковых гранях.



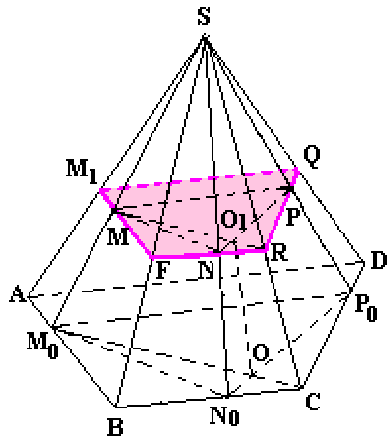
Решение:

1. Проводим через точки M, N, P прямые MM_0, NN_0, PP_0, параллельные ребрам призмы.
2. Секущая плоскость пересечет ребро CC_1 в некоторой точке R, проекцией которой на плоскость основания является точка C.
3. Проведем диагонали четырехугольника $M_0N_0CP_0$.
4. Построим на прямой NP точку O_1, проекцией которой является точка O пересечения диагоналей $M_0N_0CP_0$.
5. Соединив точки M и O_1, и продолжая диагональ до пересечения с ребром CC_1, получаем искомую точку R.
6. Проведем прямые RN и RP до пересечения с ребрами DD_1 и BB_1, получаем следы секущей плоскости S и Q на этих ребрах.
7. Проводя прямую до пересечения с ребром AA_1, получаем точку M_1. Четырехугольник M_1SRQ – искомое сечение.

Задача 5.

Даны точки M, N, P, лежащие на боковых гранях четырехугольной пирамиды. Построить сечение пирамиды плоскостью MNP.

Решение:



В данной задаче используются центральные проекции.

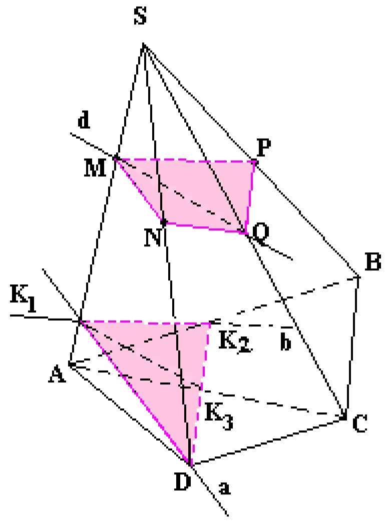
1. Прямые M_0N_0, M_0P_0, N_0P_0 – центральные проекции с центром в точке S на плоскость основания пирамиды прямых MN, MP, NP.
2. Секущая плоскость пересечет ребро SC_1 в некоторой точке R, центральной проекцией которой на плоскость основания является точка C.
3. Проведем диагонали четырехугольника $M_0N_0CP_0$.
4. Построим на прямой NP точку O_1, проекцией которой является точка O пересечения диагоналей $M_0N_0CP_0$.
5. Соединив точки M и O_1, и продолжая диагональ до пересечения с ребром SC, получаем искомую точку R.
6. Проведем прямые RN и RP до пересечения с ребрами SD и SB, получаем следы секущей плоскости Q и F на этих ребрах.
7. Проводя прямую FM до пересечения с ребром SA, получаем точку M_1. Четырехугольник M_1FRQ – искомое сечение.

Метод переноса секущей плоскости

При использовании этого метода вместо секущей плоскости строится параллельная ей вспомогательная плоскость, которая пересекает все три грани некоторого трехгранного угла данного многогранника. Далее путем параллельного переноса строятся некоторые линейные элементы искомого сечения, соответствующие легко строящимся элементам вспомогательной плоскости.

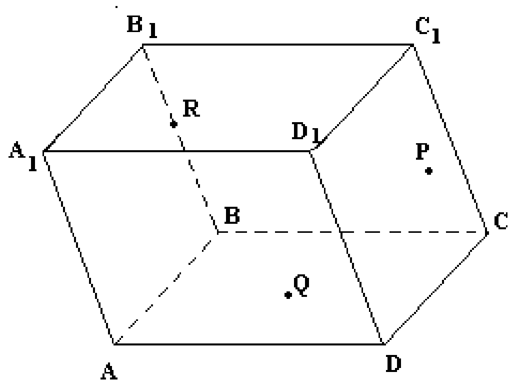
Задача 6.

Даны точки M, N, P, лежащие соответственно на боковых ребрах SA, SD, SB четырехугольной пирамиды SABCD. Построить сечение пирамиды плоскостью MNP.



Решение:

1. Проводим через вершину D прямую a, a ║(MN). a∩(SA)=K_1.
2. Через точку K_1 параллельно (MP) проводим прямую b. b∩(AB)=K_2.
3. (DK_1K_2)║(MNP). (ASC) пересекает их по параллельным прямым.
4. (ASC)∩(DK_1K_2)=(K_1K_3). (AC) ∩ DK_2= K_3, где AC - диагональ четырехугольника ABCD
5. Через точку M проводим прямую d. d║(K_1K_3), d∩(SC)=Q.
6. Сечение MPQN является искомым.



Задания для самостоятельной работы.

Вариант 1.

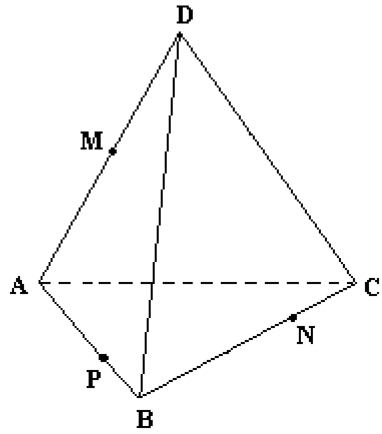
Задача 1.

Точки P, Q и R взяты на поверхности параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ следующим образом: точка *P* лежит *в* грани CC_1D_1D точка Q — в грани AA_1D_1D, а точка R — на ребре BB_1. Построим сечение параллелепипеда плоскостью PQR.

Задача 2.

Построить сечение треугольной пирамиды ABCD плоскостью, проходящей через точки M, N, P. Если

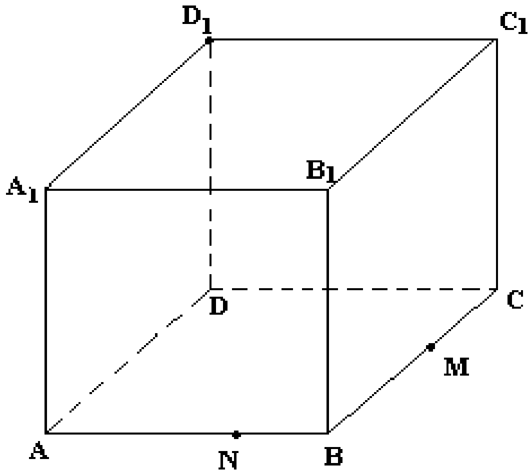
точка M лежит на ребре AD, точка P на ребре AB, точка N на ребре BC.



Вариант 2.

Задача 1.

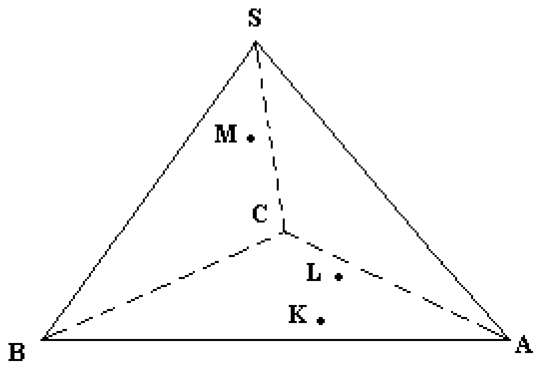
Построить сечение куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через три заданные точки N, C, D_1, лежащие на ребрах куба.



Задача 2.

Построить сечение треугольной пирамиды плоскостью, проходящей через три точки на двух смежных гранях.

Точки K и L лежат в грани ABC, точка M в грани BCS. KL пересекает прямую BC.



Контрольные вопросы.

1.Что называется следом секущей плоскости?
2. Что значит построить сечение многогранника?
3. Сколько секущая плоскость имеет следов?

Время на выполнение: 90- мин.
в том числе:
подготовка 10 мин.;
выполнение 1 час.10 мин.;
оформление и сдача 10 мин.

Работа выполняется в тетради для практических работ.

Шкала оценки образовательных достижений

<table>
<tr><td rowspan="2">Процент результативности (правильных ответов)</td><td colspan="2">Оценка уровня подготовки</td></tr>
<tr><td>балл (отметка)</td><td>вербальный аналог</td></tr>
</table>

90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Практическая работа №11

Тема: «Решение прикладных задач комбинаторики»

Цель: «Отработать навыки применения определений элементов комбинаторики, ее основных свойств и формул при решении упражнений и задач»

При выполнении практической работы студент должен

знать:

-основные понятия комбинаторики

уметь:

- решать комбинаторные задачи

Планируемые результаты:

ЛР 4. Овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественно-научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;

МПР 7. Владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;

ПР 7. Сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;

Порядок выполнения работы:

1. Повторить теоретический материал по теме «Основные понятия комбинаторики».
2. Рассмотреть примеры решения типовых заданий.
3. Ответить на контрольные вопросы.
4. Выполнить самостоятельную работу**.**
5. Сдать отчет по проделанной работе.

Краткие теоретические сведения.

1. Размещения.

Множество В называется подмножеством множества А, если каждый элемент В принадлежит А.Запись: В$\subset A$(множество В является подмножеством множества А). Считают также , что пустое множество является подмножеством любого множества ($O \subset A$) и любое множество является подмножеством самого себя (А$\subset$А). Каждое упорядоченное подмножество множества А называют **размещением**. Пусть множество А содержит n элементов. Часто возникает вопрос: сколько размещений по m элементов можно составить из n(m$\le$n) элементов множества А? **Число** A_n^m **размещений, состоящих из n элементов, взятых из m элементов, равно** $A_n^m = \dfrac{n!}{(n-m)!} (m \le n).$ **т.е.** A_n^m **=n(n-1)(n-2)…(n-m+1).**

Пример1. Число перемещений из 5 элементов по 3 равно

$A_5^3 = 5 \bullet 4 \bullet 3 = 60.$

Пример 2. Сколькими способами можно выбрать четырёх человек на различные должности из девяти кандидатов на эти должности?

Так как каждый выбор 4 человек из 9 имеющихся должен иметь определенный порядок распределения их на должности, то мы имеем задачу составления размещений из 9 по 4.

$A_9^4 = \dfrac{9!}{5!} = 9 \bullet 8 \bullet 7 \bullet 6 = 3024.$ Ответ:3024 способами.

2. Перестановки.

Часто приходится рассматривать упорядоченные множества , т.е. множества в которых , каждый элемент занимает своё , вполне определенное место. Упорядочить множество-это значить поставить какой –либо элемент множества на первое место, какой либо другой элемент- на второе место и.т.д. Упорядоченные множества принято иногда записывать в круглых скобках .

Упорядочить множество можно различными способами. Например, множество состоящие из трёх элементов a,b и c, можно упорядочить шестью способами(a,b,c,);(a,c,b);(b,a,c);(b,c,a);(c,a,b);(c,b,a).

Каждое упорядоченное множество каких-либо элементов называется **перестановкой**. Сколько можно составить перестановок из n элементов?

Пример1. Если множество состоит из одного элемента a_1, то его можно, очевидно, упорядочить единственным способом , а именно (a_1). Итак, из одного элемента можно составить одну перестановку.

Пример2. Пусть имеются два элемента :a_1и a_2. Ясно, что из этих элементов можно составить только две перестановки: поставить a_2 перед a_1 или поставить a_2 после a_1:(a_2,a_1); (a_1,a_2). Итак, число перестановок из двух элементов равно $1 \bullet 2$.

Пример3. Пусть имеются три элемента: a_1,a_2 и a_3.Запишем сначала перестановки из двух элементов a_1и a_2 и в каждую из этих перестановок впишем элемент a_3 вначале на первое место, потом на второе место и , наконец, на третье -последние место. Получи шесть перестановок: (,a_3,a_2,a_1); (a_2,a_3,a_1); (a_2,a_1,a_3);(a_3,a_3,a_2);(a_1,a_3,a_2);(a_1,a_2,a_3). Итак, число перестановок из трех элементов равно $1 \bullet 2 \bullet 3 = 6$

Пример4.Пусть имеются четыре элемента: a_1,a_2,a_3,a_4.Запищем все перестановки из трёх элементов a_1,a_2 и a_3(их число равно$1 \bullet 2 \bullet 3 = 6$)

и в каждую из этих перестановок впишем элемент a_4 в начале на первое место, потом на второе, затем на третье и, наконец, на четвёртое-последние место). Получаем 24 перестановки:

(a_4,a_3,a_2,a_1);(a_2,a_4,a_3,a_1);(a_2,a_3,a_4,a_1);(a_3,a_2,a_1,a_4);(a_4,a_2,a_3,a_1);(a_2,a_4,a_3,a_1); (a_2,a_3,a_4,a_1);(a_2,a_3,a_1,a_4);…;(a_4,a_1,a_2,a_3);(a_1,a_4,a_2,a_3);(a_1,a_2,a_4,a_3);(a_1,a_2,a_3,a_4).

Итак, число перестановок из четырёх элементов равно$1 \bullet 2 \bullet 3 \bullet 4 = 24$.

Теперь можно сформулировать теорему : число перестановок из n элементов равно произведению n первых натуральных чисел, т.е. P_n=

$1 \bullet 2 \bullet 3 \bullet 4 \bullet 5 \ldots n$ (где P_n-число перестановок из n элементов). Произведение n первых натуральных чисел обозначают n! (читается «эн факториал»), например:

$1!=1; 2!=1 \bullet 2; 3!=1 \bullet 2 \bullet 3; 4!=1 \bullet 2 \bullet 3 \bullet 4.$

3. Сочетания.

Пусть имеется множество А=$\{a_1, a_2 a_3 ..., a_n\}$, состоящие из n элементов. Из этого множества можно составить подмножество, состоящие из m элементов (m$\leq$n). Каждое подмножество состоящие из m элементов, содержащихся в множестве А из n элементов, называется **сочетанием** из n элементов по m . Число всех таких сочетаний обозначается через C_n^m. Сколько всех сочетаний по m элементов можно образовать из данных n элементов? Для ответа на этот вопрос докажем теорему: число C_n^m сочетаний из n элементов по m равно $C_n^m = \dfrac{n!}{m!(m-n)!}$.

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{m!} или C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

Пример 1. Вычислить C_8^3. Применяя формулу сочетаний, имеем $C_8^3 =$ $\dfrac{8!}{3!5!} = \dfrac{1 \bullet 2 \bullet 3 \bullet 4 \bullet 5 \bullet 6 \bullet 7 \bullet 81}{1 \bullet 2 \bullet 3 \bullet 1 \bullet 2 \bullet 3 \bullet 4 \bullet 5} = 56$.

Пример 2. На плоскости расположено 5 точек. Сколько отрезков, концами которых являются эти точки, определяются этими точками?

Решение. Каждые две точки определяют один отрезок, у которого они являются концами .При этом не играет роли , в каком порядке взяты данные точки. Поэтому число отрезков равно числу всевозможных пар точек, которые можно создать из 5 данных точек. Таким образом, решения задачи сводится к нахождению числа сочетаний из 5 элементов по 2:

$$C_5^2 = \frac{5!}{2!3!} = \frac{1 \bullet 2 \bullet 3 \bullet 4 \bullet 5}{1 \bullet 2 \bullet 1 \bullet 2 \bullet 3} = 10.$$

Задания для самостоятельной работы.
Вычислить:

1 вариант	2 вариант	3 вариант	4 вариант

$A_7^3 + A_6^3$	$A_9^3 + A_5^3$	$A_6^3 + A_5^3$	$A_6^3 - A_5^3$
P_6	P_5	P_7	P_9
C_7^5	C_{14}^9	C_{21}^{17}	C_{28}^{20}
Сколькими способами можно рассадить четыре человека в один ряд?	Сколькими способами трое мальчиков - Петя, Алмаз, Куат - могут встать в один ряд?	Из отряда солдат в 50 человек, назначают в караул 4 человека. Сколькими способами это можно сделать?	Сколько различных аккордов можно взять на десяти выбранных клавишах рояля, если каждый аккорд может содержать до трех звуков?
На станции 7 железнодорожных путей. Сколькими способами можно расположить на этих путях прибывшие 3 поезда?	В классе изучают 10 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на один день, чтобы в нем было 4 разных предмета?	Сколькими способами могут быть присуждены 1-я, 2-я, 3-я премии трем лицам, если число соревнующихся равно 10?	Сколькими способами можно составить трехцветный флаг (три горизонтальные полосы равной ширины), если имеется материал пяти различных цветов?
Сколько отрезков можно получить, соединяя попарно 9 точек?	На плоскости даны точки A, B, C, D. Сколько отрезков можно получить, соединяя попарно эти точки?	Сколькими способами можно рассадить 12 человек за круглым столом?	Сколько различных перестановок можно составить из букв слова «треугольник»?
1. Проверить вычислением равенства:			
$A_n^5 = 18A_{n-2}^4$	$A_n^4 = 12A_n^2$	$A_n^5 = 18A_{n-2}^4$	$A_n^4 = 12A_n^2$

Контрольные вопросы.

1. Что такое n факториал? Его обозначение.

2. Дайте определение размещения и запишите формулу размещения из n элементов по m элементов.
3. Дайте определение перестановки и запишите формулу перестановки из n различных элементов.
4. Дайте определение сочетания и запишите формулы сочетания из n элементов по m элементов.

Время на выполнение: 90- мин.
в том числе:
подготовка 10 мин.;
выполнение 1 час.10 мин.;
оформление и сдача 10 мин.

Работа выполняется в тетради для практических работ.

Шкала оценки образовательных достижений

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Практическая работа №12

Тема: «Понятие о независимости событий. Дискретная случайная величина, закон ее распределения. Числовые характеристики дискретной случайной величины. Понятие о законе больших чисел. Решение прикладных задач с применением вероятностных методов»

Цель: научиться решать задачи на применение теорем сложения и умножения вероятностей, показать, что окружающий нас изменчивый мир можно описать математическими понятиями, числовыми показателями;

При выполнении практической работы студент должен

знать:

- основные понятия о математическом синтезе и анализе, дискретной математике, теории вероятностей и математической статистики.

-основные понятия о ДСВ;

уметь:

-решать комбинаторные задачи;

-находить числовые характеристики ДСВ;

Планируемые результаты:

ЛР 2.Понимание значимости математики для научно-технического прогресса, сформированность отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей;

ЛР 7.Готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;

МПР 4.Готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, владение навыками получения необходимой информации из словарей разных типов, умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

МПР 6.Владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

ПР 7. Сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;

Порядок выполнения работы:

1. Изучить теоретический материал по теме «События. Дискретная случайная величина. Характеристики».
2. Рассмотреть примеры решения типовых заданий.
3. Ответить на контрольные вопросы.
4. Выполнить самостоятельную работу.

5. Сдать отчет по проделанной работе.

Краткие теоретические сведения

Различают два вида случайных величин: дискретные и непрерывные. **<u>Определение</u>**: Случайной называется величина, которая в результате испытания принимает только одно значение из возможного множества своих значение, наперед неизвестное и зависящее от случайных причин. **<u>Определение</u>:** Случайная величина Х называется ***дискретной*** (прерывной), если множество ее значений конечное или бесконечное, но счетное. Другими словами, возможные значения дискретной случайной величину можно перенумеровать

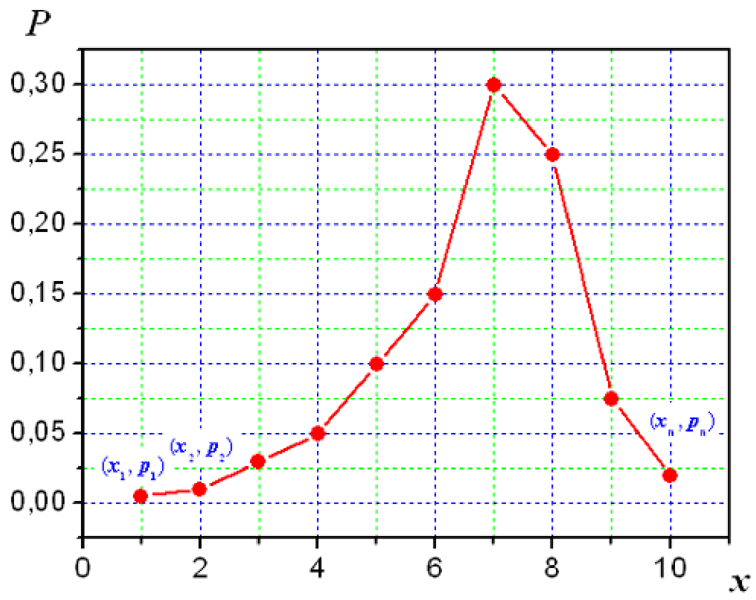
Описать случайную величину можно с помощью ее закона распределения. **<u>Определение</u>**: ***Законом распределения дискретной случайной величины*** называют соответствие между возможными значениями случайной величины и их вероятностями. Закон распределения дискретной случайной величины Х может быть задан в виде таблицы, в первой строке которой указаны в порядке возрастания все возможные значения случайной величины, а во второй строке соответствующие вероятности этих значений, т.е.

x				
p				

где $p1+ p2+…+ pn=1$

Такая таблица называется рядом распределения дискретной случайной величины.

Если множество возможных значений случайной величины бесконечно, то ряд $p1+ p2+…+ pn+…$ сходится и его сумма равна 1. Закон распределения дискретной случайной величины Х можно изобразить графически, для чего в прямоугольной системе координат строят ломаную, соединяющую последовательно точки с координатами (xi;pi), i=1,2,…n. Полученную линию называют ***многоугольником распределения:***



Закон распределения дискретной случайной величины X может быть также задан аналитически (в виде формулы):

P(X=xi)=φ(xi),i =1,2,3…n

Числовые характеристики дискретной случайной величины.

Основными характеристиками ДСВ являются математическое ожидание, дисперсия и среднеквадратическое отклонение.

Характеристикой среднего значения случайной величины служит математическое ожидание.

Математическим ожиданием дискретной случайной величины называют сумму произведений всех ее возможных значений на их вероятности:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p_i = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \cdots + x_n \cdot p_n$$

Свойства математического ожидания:

1. Математическое ожидание постоянной величины равно самой постоянной:

$$M(C) = C$$

2. Постоянный можно выносить за знак математического ожидания:

$$M(CX) = CM(X)$$

3. Математическое ожидание произведения взаимно независимых случайных величин равно произведению математических ожиданий сомножителей:

$$M(X_1 \cdot X_2 \cdot \ldots \cdot X_n) = M(X_1) \cdot M(X_2) \cdot \ldots \cdot M(X_n)$$

4. Математическое ожидание суммы случайных величин равно сумме математических ожиданий слагаемых:

$$M(X_1+X_2+...+X_n)=M(X_1)+M(X_2)+...+M(X_n)$$

(для разности аналогично)

Характеристиками рассеяния возможных значений случайной величины вокруг математического ожидания служат, в частности, дисперсия и среднее квадратичное отклонение.

Дисперсией случайной величины X называют математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания:

$$D(X)=M[X-M(X)]^2$$

Дисперсию удобно вычислять по формуле:

$$D(X)=M(X^2)-[M(X)]^2$$

Свойства дисперсии:

1. Дисперсия постоянной равна нулю:

$$D(C)=0$$

2. Постоянный множитель можно выносить за знак дисперсии, предварительно возведя его в квадрат:

$$D(CX)=C^2D(X)$$

3. Дисперсия суммы (разности) независимых случайных величин равна сумме дисперсий слагаемых:

$$D(X_1\pm X_2\pm...\pm X_n)=D(X_1)+D(X_2)+...+D(X_n)$$

4. $D(X+C)=D(X)$

Средним квадратичным отклонением случайной величины называют квадратный корень из дисперсии:

$$\sigma(X)=\sqrt{D(X)}$$

Рассмотрим следующие задачи.

1.Математическое ожидание и дисперсия СВ X соответственно равны

0,5 и 5. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $2X-3$.

Решение.

Согласно свойствам математического ожидания и дисперсии, получаем:

$M(2X-3)=M(2X)+M(-3)=2M(X)-3=2\cdot\frac{1}{2}-3=1-3=-2$

$D(2X-3)=4\cdot D(X)=4\cdot 5=20$

2. Случайные величины X и Y независимы, причем $D(X)=3$ и $D(Y)=5$. Найти $D(Z)$, если $Z=4\cdot X-5\cdot Y+3$.

Решение.

На основании свойств дисперсии получаем:

$D(Z)=D(4\cdot X-5\cdot Y+3)=16\cdot D(X)+25\cdot D(Y)=16\cdot 3+25\cdot 5=48+125=173$

3. Закон распределения ДСВ X задан таблицей распределения

x_i	1	2	3	4
p_i	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	c

Найти: c, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$, $P\{X<3\}$.

1) Так как $\sum_{i=1}^{4} p_i=1$, т.е. $\frac{1}{8}+\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+c=1$, следовательно

$c=1-\frac{1}{8}-\frac{1}{4}-\frac{1}{3}=\frac{24-3-6-8}{24}=\frac{7}{24}$

Т.о. закон распределения примет вид

x_i	1	2	3	4
p_i	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{24}$

$M(X)=\sum_{i=1}^{4} x_i\cdot p_i=1\cdot\frac{1}{8}+2\cdot\frac{1}{4}+3\cdot\frac{1}{3}+4\cdot\frac{7}{24}=\frac{1}{8}+\frac{1}{2}+1+\frac{7}{6}=\frac{3+12+24+28}{24}=\frac{67}{24};$

2) Для вычисления дисперсии воспользуемся формулой:

$D(X)=M(X^2)-[M(X)]^2$

Сначала найдем математическое ожидание ДСВ X^2 для этого составим закон распределения этой СВ. Напоминаю, что для этого необходимо каждое значение ДСВ X возвести в квадрат, а вероятности оставляем прежними. При одинаковых значениях ДСВ вероятности складываем.

$$M(X^2)=1\cdot\frac{1}{8}+4\cdot\frac{1}{4}+9\cdot\frac{1}{3}+16\cdot\frac{7}{24}=\frac{1}{8}+1+3+\frac{14}{3}=\frac{3+96+112}{24}=\frac{211}{24};$$

$$D(X)=\frac{211}{24}-\left(\frac{67}{24}\right)^2=\frac{24\cdot211-67^2}{24^2}=\frac{5064-4489}{576}=\frac{575}{576};$$

3) Найдем среднее квадратичное отклонение:

$$\sigma(X)=\sqrt{D(X)}=\sqrt{\frac{575}{576}}=\frac{5\sqrt{23}}{24}$$

4) $P\{X<3\}=P\{X=1\}+P\{X=2\}=\frac{1}{8}+\frac{1}{4}=\frac{3}{8}$

4. Функция распределения ДСВ X имеет вид

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le0\\ 0{,}2, & 0<x\le1,\\ 0{,}6, & 1<x\le2\\ 0{,}9, & 2<x\le3\\ 1, & x>3\end{cases}$$

Найти: $M(X)$, $M(X^2)$ $D(X)$, $\sigma(X)$.

Решение.

Составляем закон распределения ДСВ X (т.е. выполняем операцию обратную той, которую мы делали в предыдущей статье)

x_i	0	1	2	3
p_i	0,2	0,4	0,3	0,1

$$M(X)=0\cdot0{,}2+1\cdot0{,}4+2\cdot0{,}3+3\cdot0{,}1=0{,}4+0{,}6+0{,}3=1{,}3$$

Составляем закон распределения ДСВ X^2

x_i^2	0	1	4	9
p_i	0,2	0,4	0,3	0,1

$$M(X^2)=0\cdot0{,}2+1\cdot0{,}4+4\cdot0{,}3+9\cdot0{,}1=0{,}4+1{,}2+0{,}9=2{,}5$$

$$D(X)=M(X^2)-[M(X)]^2=2{,}5-1{,}3^2=2{,}5-1{,}69=0{,}81$$

$$\sigma(X)=\sqrt{0{,}81}=0{,}9$$

5. Независимые случайные величины X и Y заданы таблицами распределения вероятностей

x_i^2	10	20
p_i	0,2	0,8

y_i^2	30	40	50
p_i	0,5	0,3	0,2

Найти $D(X+Y)$ двумя способами:

1. Составив предварительно таблицу распределения СВ $Z=X+Y$;

2. Используя правило сложения дисперсий.

Решение.

Составим таблицу распределения ДСВ $Z=X+Y$.

Найдем $z_{ij}=x_i+y_j$

10+30=40	20+30=50
10+40=50	20+40=60
10+50=60	20+50=70

Т.о. значения ДСВ Z таковы: $z_1=40,\ z_2=50,\ z_3=60,\ z_4=70$

Найдем соответствующие им вероятности:

$p_1=P\{Z=40\}=P\{X=10, Y=30\}=0{,}2\cdot 0{,}5=0{,}1$

$p_2=P\{Z=50\}=P\{X=10, Y=40\}+P\{X=20, Y=30\}=0{,}2\cdot 0{,}3+0{,}8\cdot 0{,}5=0{,}06+0{,}4=0$

$p_3=P\{Z=60\}=P\{X=10, Y=50\}+P\{X=20, Y=40\}=0{,}2\cdot 0{,}2+0{,}8\cdot 0{,}3=0{,}04+0{,}24=$

$p_4=P\{Z=70\}=P\{X=20, Y=50\}=0{,}8\cdot 0{,}2=0{,}16$

Получаем ряд распределения СВ Z

z_i^2	40	50	60	70
p_i	0,1	0,46	0,28	0,16

$M(Z)=\sum_{i=1}^{4} z_i\cdot p_i=40\cdot 0{,}1+50\cdot 0{,}46+60\cdot 0{,}28+70\cdot 0{,}16=4+23+16{,}8+11{,}2=55;$

$M(Z^2)=\sum_{i=1}^{4} z_i^2\cdot p_i=1600\cdot 0{,}1+2500\cdot 0{,}46+3600\cdot 0{,}28+4900\cdot 0{,}16=160+1150+1008+784=$

$D(Z)=M(Z^2)-[M(Z)]^2=3102-3025=77$

2. Используя правило сложения

дисперсий: $D(Z)=D(X+Y)=D(X)+D(Y)$

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2$$

$$M(X) = 10 \cdot 0{,}2 + 20 \cdot 0{,}8 = 2 + 16 = 18;$$

$$M(X^2) = 100 \cdot 0{,}2 + 400 \cdot 0{,}8 = 20 + 320 = 340;$$

$$M(Y) = 30 \cdot 0{,}5 + 40 \cdot 0{,}3 + 50 \cdot 0{,}2 = 15 + 12 + 10 = 37$$

$$M(Y^2) = 900 \cdot 0{,}5 + 1600 \cdot 0{,}3 + 2500 \cdot 0{,}2 = 450 + 480 + 500 = 1430$$

$$D(Y) = 1430 - 1369 = 61$$

$$D(Z) = 16 + 61 = 77$$

Задания для самостоятельной работы.

Вариант 1

1. Производится три выстрела с вероятностями попадания в цель, равными p_1=0,7; p_2=0,8 и p_3=0,6.Найти математическое ожидание общего числа попаданий.
2. Найти дисперсию и среднее квадратичное отклонение случайной величины X, которая задана следующим законом распределения:

X	2	4	5	6
P	0,3	0,1	0,4	0,2

3. Случайная величина X может принимать два возможных значения: x_1 с вероятностью 0,3 и x_2 с вероятностью 0,7, причем x_1меньше x_2. Найти x_1 и x_2, зная, что M(X)=2,7 и D(X)=0,21.

4. Дискретная случайная величина X принимает 3 возможных значения: x_1=6 с вероятностью p_1=0,5, x_2=4 с вероятностью p_2=0,3 и x_3 с вероятностью p_3. Найти x_3 и p_3, зная, что M(X)=12.

5. Построить многоугольник распределения дискретной случайной величины, заданной законом распределения.

X	3	4	5	6	7
P	p_1	0,15	p_3	0,25	0,35

Вариант 2.

1. Найти математическое ожидание суммы числа очков, которые могут выпасть при бросании двух игральных костей.
2. 2. Найти дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X, которая задана следующим законом распределения:

X	2	5	8	9
P	0,2	0,4	0,1	0,3

3. Случайная величина X может принимать два возможных значения: x_1=4 с вероятностью p_1 и x_2 = 6 с вероятностью p_2. Найти p_1 и p_2, зная, что M(X)=10,8 и D(X)=0,84.

4. Дискретная случайная величина X принимает 3 возможных значения: x_1=8 с вероятностью p_1=0,2, x_2=6 с вероятностью p_2=0,4 и x_3 с вероятностью p_3. Найти x_3 и p_3, зная, что M(X)=20.

5. Построить многоугольник распределения дискретной случайной величины, заданной законом распределения.

X	2	5	8	11	14
P	p_1	0,15	p_3	0,45	0,15

Контрольные вопросы

1. Дайте определение дискретной случайной величины.
2. Дайте определение непрерывной случайной величины.
3. Дайте определение закона распределения дискретной случайной величины.
4. Дайте определение многоугольника распределения дискретной случайной величины.
5.Дайте определение математического ожидания случайной величины.

6.. Что называется дисперсией случайной величины?

7.. Запишите формулу вычисления математического ожидания случайной величины.
8.. Запишите формулу вычисления дисперсии случайной величины.
9.. Свойства математического ожидания случайной величины.
10.. Свойства дисперсии случайной величины.
11. Дайте определение среднего квадратического отклонения.
12.. Запишите формулу вычисления среднего квадратического отклонения.

13. Способы задания закона распределения дискретной случайной величины.

Время на выполнение: 90- мин.
в том числе:
подготовка 10 мин.;
выполнение 1 час.10 мин.;
оформление и сдача 10 мин.

Работа выполняется в тетради для практических работ.

Шкала оценки образовательных достижений

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Используемая литература..

1.Алимов Ш.А., Колягин Ю.М., Ткачева М.В. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 кл.: учебник. – М.: Изд-во "Просвещение", 2015, 2018

2.Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10-11 кл.: учебник. - М.: Изд-во "Просвещение", 2018

3. 4. Кацман Ю.Я. Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры с решениями: учебник. – М.: "Юрайт", 2017

5.Математика: учебник [электронный документ]/ Григорьев В.П., Сабурова Т.Н.-2-е изд. стер. издание. – М.: ИЦ «Академия», 2018

6. Математика.(СПО).учебник / М.И. Башмаков. — Москва : КноРус, 2019. — 394 с. Режим доступа: https://www.book.ru/view3/929528/1

7. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика учебник для СПО. – М.: Юрайт, 2018

Электронные издания (электронные ресурсы)

1. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике в 2-х ч. Ч.1.: учебное пособие для СПО. – М.: Юрайт, 2018

2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике в 2-х ч. Ч.2.: учебное пособие для СПО. – М.: Юрайт, 2018

3. Алпатов, А. В. Математика [Электронный ресурс] : учебное пособие для СПО / А. В. Алпатов. — 2-е изд. — Электрон. текстовые данные. — Саратов Профобразование, Ай Пи Эр Медиа, 2019. — 162 c. — 978-5-4486-0403-4, 978-5-4488-0215-7. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/80328.html

4. Березина, Н. А. Высшая математика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н. А. Березина. — 2-е изд. — Электрон. текстовые данные. — Саратов : Научная книга, 2019. — 158 c. — 978-5-9758-1888-1. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/80978.html