МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ СТАВРОПОЛЬСКОГО КРАЯ

государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение «Ставропольский строительный техникум»

Цикловая комиссия естественно - математических дисциплин

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по дисциплине «МАТЕМАТИКА»
на тему «Решение тригонометрических уравнений и неравенств»

для студентов очной и заочной форм обучения специальностей:

07.02.01 Архитектура

08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений;

08.02.05 Строительство и эксплуатация автомобильных дорог и аэродромов;

08.02.07 Монтаж и эксплуатация внутренних сантехнических устройств, кондиционирования воздуха и вентиляции;

08.02.08 Монтаж и эксплуатация оборудования и систем газоснабжения

21.02.05 Земельно-имущественные отношения;

38.02.01 Экономика и бухгалтерский учёт;

Ставрополь,2021

РАССМОТРЕНО

на заседании цикловой комиссии

естественно-математических дисциплин

Протокол № 7

«02» февраля 2021 г.

Председатель цикловой комиссии

_____________ / Н.Б.Берлова/

РЕКОМЕНДОВАНО

Методическим советом

ГБПОУ ССТ

Протокол № 7

«16» 02 2021 г.

СОГЛАСОВАНО

Л.В. Белоусова,

заместитель директора по учебно-методической работе и качеству

«01» 02 2021 г.

____

Рецензент:

Л.В.Печалова, кандидат исторических наук, методист ЦМК и МР.

«01» 02 2021 г.

____

Разработчик:

Величко Т.Д.

преподаватель математики, Почетный работник СПО РФ

«01» 02 2021 г.

____

Данная учебно-методическая разработка составлена с учетом рабочей программы по дисциплине «Математика», предназначена для студентов первого курса очной и заочной формы обучения.

Предполагаемое методическое пособие ставит своей целью оказание помощи студентам в процессе изучения темы: «Решение тригонометрических уравнений и неравенств» Устные и письменные тренировочные упражнения способствуют лучшему усвоению темы, задания прикладного характера, способствуют изучению, как пользоваться математической терминологией и символикой, а так же самостоятельно изучать учебный материал.

Теоретические тезисы позволяют выделить главное, помогают изучить большой по объему материал за более короткий промежуток времени.

Упражнения, входящие в пособие, разнообразны по форме, содержанию и степени сложности.

Содержание

Теоретические тезисы

Теория без практики мертва или бесплодна:
практика без теории невозможна или пагубна.
Для теории нужны знания, для практики, сверх всего, - и умение.
А.Н. Крылов

1. Основные тригонометрические формулы:

1. $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
2. $tg\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
3. $ctg\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$
4. $1 + tg^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
5. $1 + ctg^2\alpha = \dfrac{1}{\sin^2\alpha}$
6. $tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1$
7. $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$
8. $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \sin\beta\cos\alpha$
9. $tg(\alpha \pm \beta) = \dfrac{tg\alpha \pm tg\beta}{1 \mp tg\alpha tg\beta}$
10. $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha$
11. $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$
12. $tg2\alpha = \dfrac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha}$
13. $\sin^2\alpha = \dfrac{1 - \cos 2\alpha}{2}$
14. $\cos^2\alpha = \dfrac{1 + \cos 2\alpha}{2}$
15. $tg^2\alpha = \dfrac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$
16. $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\dfrac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos\dfrac{\alpha - \beta}{2}$
17. $\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\dfrac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos\dfrac{\alpha + \beta}{2}$
18. $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\dfrac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos\dfrac{\alpha - \beta}{2}$
19. $\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\dfrac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin\dfrac{\alpha - \beta}{2}$

2. Теоретические тезисы.

2.1 Обратные тригонометрические функции.

Арккосинусом числа a∈[-1; 1] ,называется такое число α∈[0; π], косинус которого равен a.

arccos a = α , если cos α = a, и $0 \le \alpha \le \pi$

arccos(-a)= π -arccos a

Арктангенсом числа a∈R, называется такое число $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ тангенс которого равен a.

arctg a = α , если tgα = a и $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$

arctg (-a) = - arctg a

Арксинусом числа a∈[-1; 1] называется такое число α∈$\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, синус которого равен a

arcsin a =α , если sin α =a и $-\frac{\pi}{2} \le \alpha \le \frac{\pi}{2}$

arcsin (-a)= -arcsin a

2.2 Формулы для решения уравнений.

1.Все корни уравнения cos x = a, где |a| ≤ 1, выражаются формулой

x =± **arccos a +2 πn, n∈z**

Особые решения

cos x = 0	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, n∈z
cos x = 1	x = 2πn, n∈z

cos x =-1	x =π+2πn, nϵz

2.Все корни уравнения sin x = a, где $|a| \le 1$, выражаются формулой

x =$(-1)^n$ **arcsin** α **+ πn, nϵz**

Особые решения

sin x = 0	x = πn, nϵz
sin x = 1	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$, n$\epsilon$z
sin x =-1	x =-$\frac{\pi}{2}$ +2πn, nϵz

Все корни уравнения tg x = a, где aϵ**R,** выражаются формулой

x =arctg a +πn, nϵz

2.3 Простейшие тригонометрические уравнения

К простейшим уравнениям сводятся другие тригонометрические уравнения. Для решения большинства таких уравнений требуется применение формул преобразований тригонометрических выражений. Рассмотрим некоторые примеры решения тригонометрических уравнений.

Если данное **тригонометрическое уравнение** содержит только одну **тригонометрическую** функцию, **решите** это **уравнение** как основное **тригонометрическое уравнение**. Если данное **уравнение** включает две или более **тригонометрические** функции, то существуют методы **решения** такого **уравнения**, в зависимости от возможности его преобразования.

Уравнение вида $\sin x = a$

Рассмотрим уравнение вида $\sin x = a$.

Так как $-1 \le \sin x \le 1$, то уравнение $\sin x = a$ при $a < -1$ и $a > 1$ не имеет решений.

Период синуса равен 2π, поэтому достаточно найти все решения этого уравнения на любом отрезке длины 2π. Из рисунка видно что, что на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ синус возрастает и принимает каждое свое значение один раз. Следовательно, на этом отрезке $x = \arcsin a$. На отрезке $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ синус убывает и принимает каждое свое значение тоже один раз. Чтобы найти решение на этом отрезке, вспомним что $\sin x = \sin(\pi - x)$. Если $x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$, то

$(\pi - x) \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, и поэтому решением уравнения $\sin(\pi - x) = a$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ будет $\pi - x = \arcsin a$.

Для получения всех решений уравнения $\sin x = a$ к каждому из двух полученных решений прибавим числа вида $2\pi\kappa$, где $\kappa \in Z$.Следовательно,

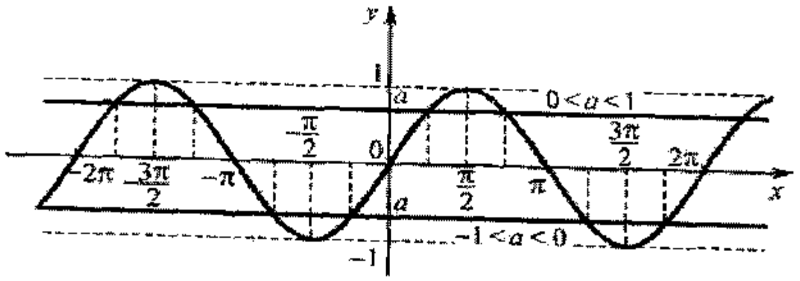
$$x = \arcsin a + 2\pi\kappa, \quad (1)$$

$$x = \pi - \arcsin a + 2\pi\kappa. \quad (2)$$

Обе серии решений можно объединить:

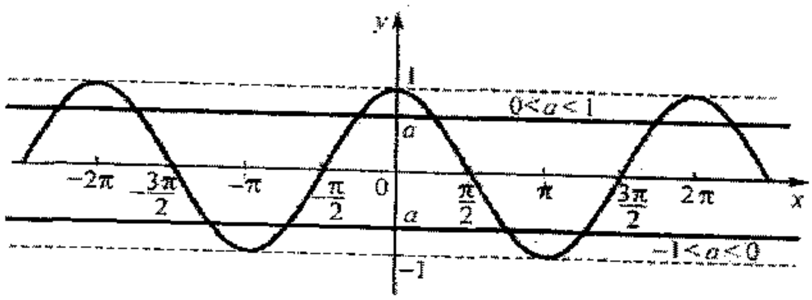
$$x = (-1)^{\kappa} \arcsin a + \pi\kappa, \ \kappa \in Z \quad (3)$$

κ называют параметром, при κ четном получается формула (1), при κ нечетном получается формула (2)



Уравнение вида: $\cos x = a$

Рассмотрим уравнение $\cos x = a$. При $a < -1$ и $a > 1$ уравнение $\cos x = a$ не имеет решений, так как $-1 \le \cos x \le 1$.



Так как период косинуса равен 2π, то при $|a| < 1$ для нахождения всех решений достаточно рассмотреть отрезок длины 2π. Удобнее всего выбрать отрезок $[-\pi, \pi]$. Очевидно, что уравнение $\cos x = a$ на отрезке $[0, \pi]$ имеет решение $x = arc\cos a$, а на отрезке $[-\pi, 0]$- решение $x = -\arccos a$, так как функция косинус четная. Таким образом на отрезке $[-\pi, \pi]$ уравнение $\cos x = a$ имеет решения

$$x = \pm \arccos a.$$

Чтобы записать все решения уравнения необходимо, учитывая периодичность косинуса, прибавить к каждому из найденных значений по $2\pi\kappa$, где $\kappa \in Z$. В итоге получим бесконечное множество решений

$$x = \pm\arccos a + 2\pi\kappa,\ \kappa \in Z.$$

Уравнения вида: $tgx = a$, $ctgx = a$

Так как период тангенса равен π, то для того чтобы найти все решения уравнения $tgx = a$, достаточно найти все его решения на любом отрезке длины π. По определению арктангенса решение уравнения на промежутке $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ есть $arctga$.

Для того чтобы получить все решения уравнения нужно к решению, полученному на отрезке длины π, прибавить $\pi k, k \in Z$. Следовательно,

$$x = arctga + \pi\kappa,\ \kappa \in Z$$

И решение уравнения $ctgx = a$

$$x = arcctga + \pi\kappa,\ \kappa \in Z$$

Сводная таблица решения простейших тригонометрических уравнений

Уравнение	Общее решение	Частные случаи		
		$a=-1$	$a=0$	$a=1$
$\sin x = a$, $\lvert a\rvert \le 1$	$x = (-1)^\kappa \arcsin a + \pi\kappa$, $\kappa \in Z$	$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi\kappa$, $\kappa \in Z$	$x = \pi\kappa$, $\kappa \in Z$	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi\kappa$, $\kappa \in Z$
$\cos x = a$, $\lvert a\rvert \le 1$	$x = \pm\arccos a + 2\pi\kappa$, $\kappa \in Z$	$x = \pi + 2\pi\kappa$, $\kappa \in Z$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi\kappa$, $\kappa \in Z$	$x = 2\pi\kappa$, $\kappa \in Z$
$tgx = a$	$x = arctga + \pi\kappa$, $\kappa \in Z$	$x = -\frac{\pi}{4} + \pi\kappa$, $\kappa \in Z$	$x = \pi\kappa$, $\kappa \in Z$	$x = \frac{\pi}{4} + \pi\kappa$, $\kappa \in Z$
$ctgx = a$	$x = arcctga + \pi\kappa$, $\kappa \in Z$	$x = \frac{3\pi}{4} + \pi\kappa$, $\kappa \in Z$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi\kappa$, $\kappa \in Z$	$x = \frac{\pi}{4} + \pi\kappa$, $\kappa \in Z$

2.4 Виды преобразований

1. Уравнения вида $\alpha \sin\chi + \beta\cos\chi = 0$

sin x и cos x не могут одновременно равняться нулю, так как опи связаны равенством

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$. Следовательно, при делении уравнения $\alpha \sin\chi + \beta\cos\chi = 0$, где $\alpha \ne 0, b \ne 0$, на cos x (или sin x) корни этого уравнения не теряются.

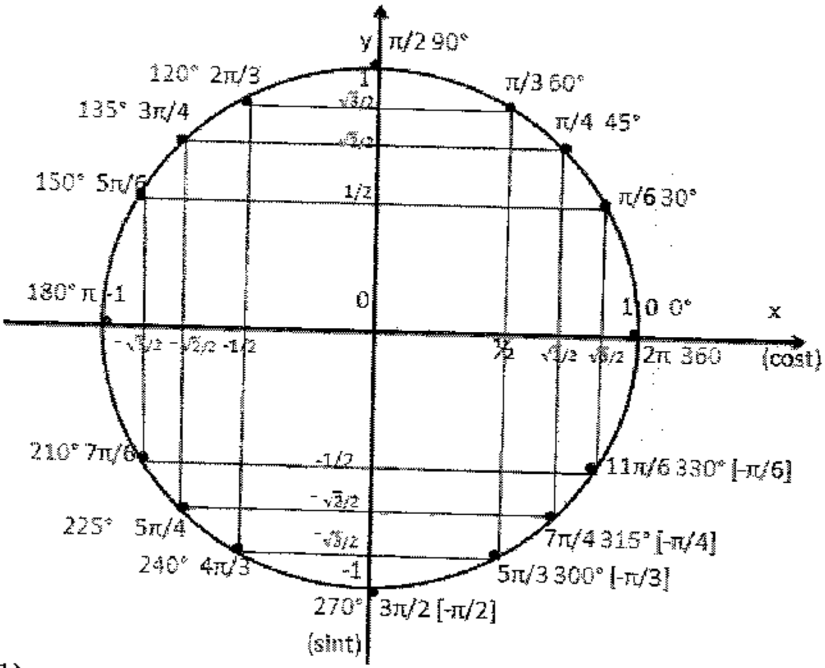
2. Уравнения, сводящиеся к квадратным $\sin^2 x + \sin x - 2 = 0$ решаются заменой: пусть

$\sin x = y$, $\lvert y\rvert \le 1$, $y^2 + y - 2 = 0$

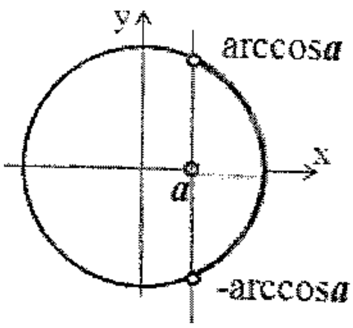
3. Уравнения, решаемые разложением левой части на множители, правая часть которого равна нулю. Например: $2\sin\chi\cos\chi-\sin\chi=0,\ \sin x(2\cos x-1)=0.$

$\sin x=0$, *или* $2\cos x-1=0$, $cosx=\frac{1}{2}$, $x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in z.$

2.5 Виды простейших тригонометрических неравенств и их интерпретация на тригонометрической окружности:

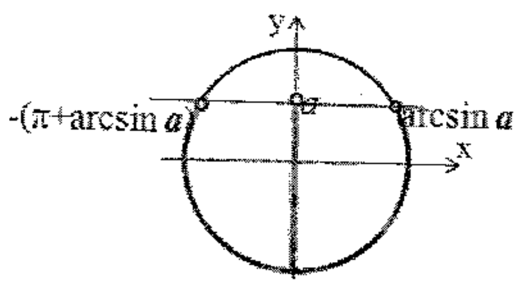


1) cos t > a



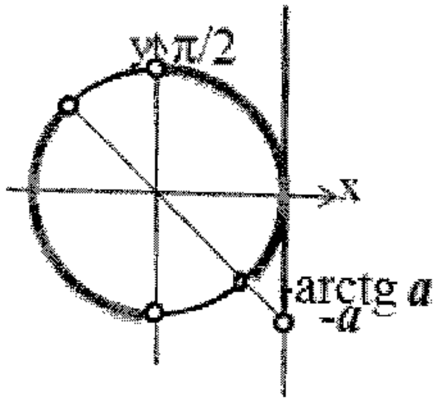
Ответ: (-arccos ***a***+2πk; arccos ***a***+2πk), kЄZ

2) sin t < ***a***



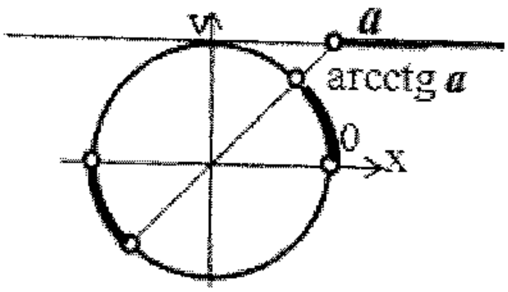
Ответ: (-(π+arcsin ***a***)+2πk; arcsin ***a***+2πk), kЄZ

3) tg t > -***a***



Ответ: (-arctg a+πk; π/2+πk), k∈Z

4) ctg t > a



Ответ: (0+πk; arcctg a+πk), k∈Z.

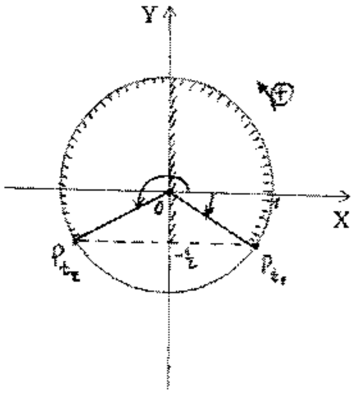
Алгоритм решения простейших тригонометрических неравенств

1. С помощью простейших алгебраических преобразований и тригонометрических преобразований свети заданное тригонометрическое неравенство к простейшему.
2. Обозначить на оси, соответствующей тригонометрической функции, находящейся в левой части неравенства, значение из правой части неравенства.
3. Провести прямую через эту точку перпендикулярно этой оси.
4. Обозначить точки пересечения прямой с тригонометрической окружностью (выколоть их в случае строго неравенства и закрасить в ином случае).
5. Выделить соответствующую дугу в границами в этих точках согласно знаку неравенства.
6. Указываем направление отсчёта (против часовой стрелки).
7. Находим начало дуги и угол, ему соответствующий.
8. Находим угол, соответствующий концу дуги.
9. Записываем ответ в виде промежутка с учетом периодичности функции.

1) $\sin x \geq -\frac{1}{2}$;

$t_1 < t_2$;

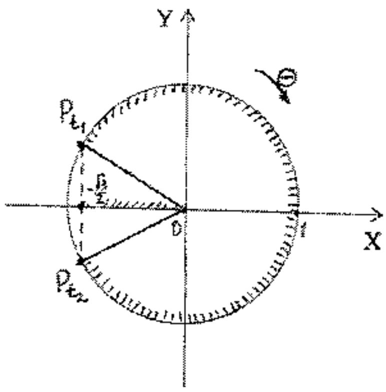
$t_1 = \arcsin(-\frac{1}{2}) = -\frac{\pi}{6}$;



$t_2 = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$;

$-\frac{\pi}{6} + 2\pi n \le x \le \frac{7\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z.$

2) $\cos x \ge -\frac{\sqrt{3}}{2}$;



$t_1 > t_2$;

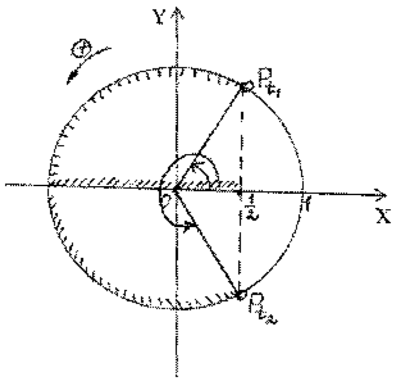
$t_1 = \arccos(-\frac{\sqrt{3}}{2}) = \pi - \arccos\frac{\sqrt{3}}{2} =$

$= \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$;

$t_2 = -\frac{5\pi}{6}$;

$-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n \le x \le \frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z.$

3) $\cos x < \frac{1}{2}$;



$t_1 < t_2$;

$t_1 = \arccos\frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$;

$t_2 = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$;

$\frac{\pi}{3} + 2\pi n < x < \frac{5\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z.$

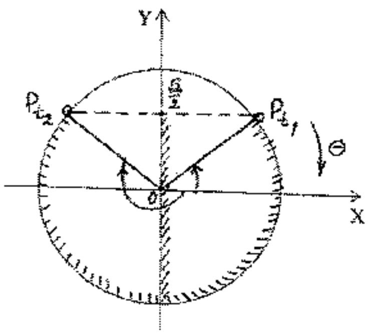
4) $\sin x < \frac{\sqrt{2}}{2}$;

$t_1 > t_2$;

$t_1 = \arcsin\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$;

$t_2 = -\pi - \frac{\pi}{4} = -\frac{5\pi}{4}$;

$-\frac{5\pi}{4} + 2\pi n < x < \frac{\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in Z.$



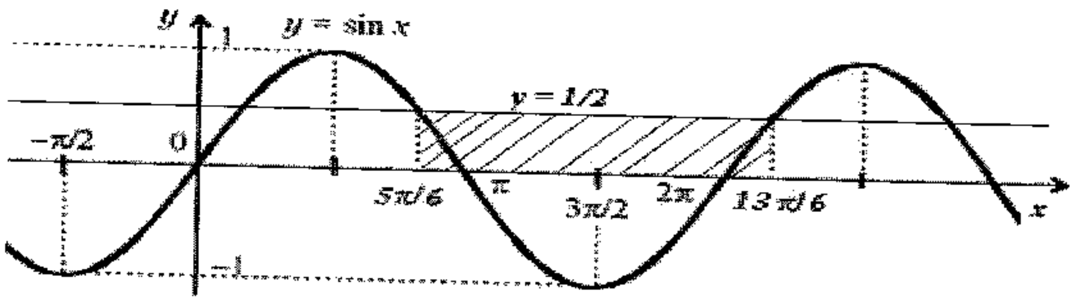
2.6 Решение неравенств с помощью построения графика функции

Чтобы найти промежуток, удовлетворяющий условиям неравенство

sin x ‹ 1/2,

необходимо выполнить следующие действия:

1. На координатной оси построить синусоиду y = sin x.
2. На той же оси начертить график числового аргумента неравенства, т. е. прямую, проходящую через точку ½ ординаты OY.
3. Отметить точки пересечения двух графиков.
4. Заштриховать отрезок являющийся, решением примера.



Когда в выражении присутствуют строгие знаки, точки пересечения не являются решениями. Так как наименьший положительный период синусоиды равен 2π, то запишем ответ следующим образом:

$\left(\frac{5\pi}{6} + 2\pi;\ \frac{13\pi}{6} + 2\pi\right).$

Если знаки выражения нестрогие, то интервал решений необходимо заключить в квадратные скобки — [ ]. Ответ задачи можно также записать в виде очередного неравенства: $\frac{5\pi}{6} + 2\pi < x < \frac{13\pi}{6} + 2\pi.$

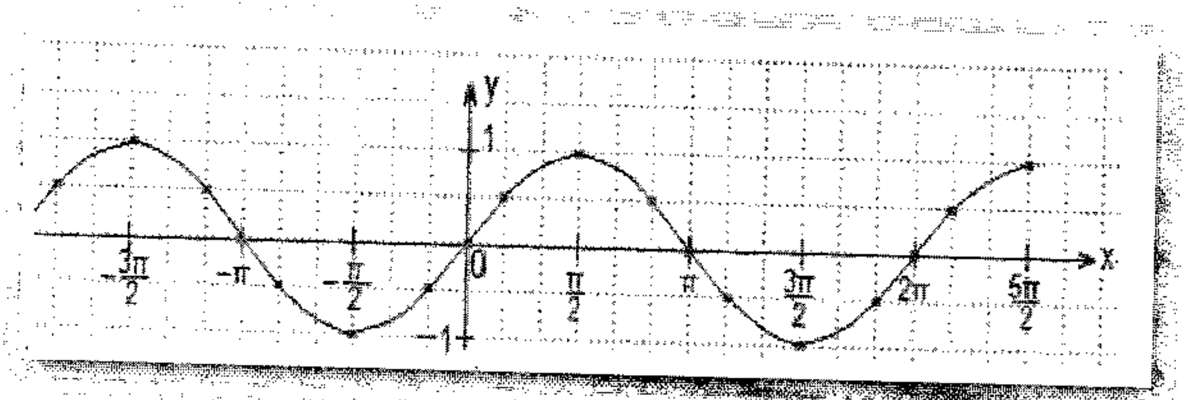
2.7 Сложные тригонометрические неравенства

Если аргумент функции неравенства представлен не просто переменной, а целым выражением содержащим неизвестную, то речь уже идет о сложном неравенстве. Ход и порядок его решения несколько отличаются от способов описанных выше. Допустим необходимо найти решение следующего неравенства: $\sin\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{3}\right)<\frac{\sqrt{2}}{2}$

Графическое решение предусматривает построение обычной синусоиды y = sin x по произвольно выбранным значениям x. Рассчитаем таблицу с координатами для опорных точек графика:

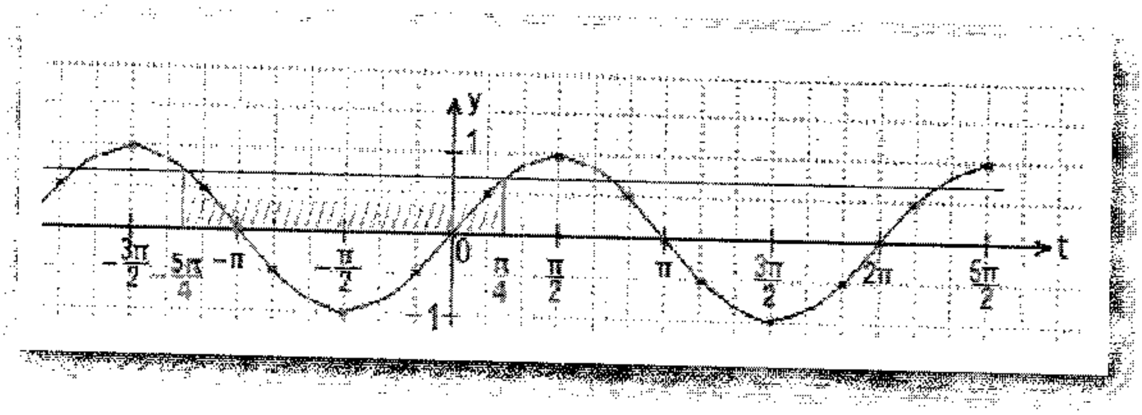
α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	π
sin α	0	$\frac{1}{2}$	1	0

В результате должна получется красивая кривая.
Для простоты поиска решения заменим сложный аргумент функции, получим $\sin t<\frac{\sqrt{2}}{2}$



Чтобы провести прямую $y=\frac{\sqrt{2}}{2}$, произведем необходимые расчеты на калькуляторе: $\frac{\sqrt{2}}{2}\approx 0{,}71$.

Пересечение двух графиков позволяет определить область искомых значений, при которых выполняется условие неравенства.



Найденный отрезок является решением для переменной t:

$\frac{-5\pi}{4} < t < \frac{\pi}{4} + 2\pi n,$

Однако, цель задания найти все возможные варианты неизвестной x

$$-\frac{5\pi}{4} + 2\pi n < \frac{x}{2} + \frac{\pi}{3} < \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

Решить двойное неравенство достаточно просто, нужно перенести π/3 в крайние части уравнения и произвести требуемые вычисления:

$$-\frac{5\pi}{4} - \frac{\pi}{3} + 2\pi n < \frac{x}{2} < \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{3} + 2\pi n;$$

$$-\frac{5\pi}{4}^{\backslash 3} - \frac{\pi}{3}^{\backslash 4} + 2\pi n < \frac{x}{2} < \frac{\pi}{4}^{\backslash 3} - \frac{\pi}{3}^{\backslash 4} + 2\pi n;$$

$$-\frac{19\pi}{12} + 2\pi n < \frac{x}{2} < -\frac{\pi}{12} + 2\pi n;$$

$$-\frac{19\pi}{6} + 4\pi n < x < -\frac{\pi}{6} + 4\pi n.$$

Рассмотрим решение неравенства $tg\, x > \sqrt{3}$.

Рассмотрим графики функций $y = tg\, t$ и $y = \sqrt{3}$. Множество решений неравенства $tg\, x > \sqrt{3}$ составляют абсциссы точек графика $y = tg\, t$, расположенных выше точек графика $y = \sqrt{3}$.

[redacted]

Получим неравенство $\frac{\pi}{3} + \pi s < t < \frac{\pi}{2} + \pi s$, где $s \in Z$.

3.Тесты.

№1.Цель: Приведение в систему теоретических знаний по простейшим тригонометрическим уравнениям.

1.Каково будет решение уравнения cos x = a, при | a |>1?
2. При каком значении a уравнение cos x = a имеет решение?
3. Какой формулой выражается это решение?
4. Каково будет решение уравнения sin x = a при | a |>1?
5. При каком значение a уравнение sin x = a имеет решение?
6. Какой формулой выражается это решение?
7. В каком промежутке находится arccos a?
8. В каком промежутке находится arssin a?
9. В каком промежутке находится значение a?
10.Каким будет решение уравнения cos x = 1?
11.Каким будет решение уравнения cos x = -1 ?
12.Каким будет решение уравнения cos x = 0?
13.Каким будет решение уравнения sin x = 1?
14.Каким будет решение уравнения sin x = -1?
15.Каким будет решение уравнения sin x = 0?
16.Чему равняется arccos (-a)?
17.В каком промежутке находится arctg a?
18.Какой формулой выражается решение уравнения tg x = a?
19.Чему равняется arctg (-a)?

№2. Определение общей формулы записи решения элементарных тригонометрических уравнений

Тест дает возможность проверить правильность усвоения записи решений элементарных тригонометрических уравнений.

ВАРИАНТ 1

Укажите общую формулу, по которой находятся все корни уравнения

	1	2	3
	$\cos x = -\frac{1}{2}$	**$\sin x = -\frac{1}{2}$**	**$tg\ x = -1$**
А	$x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi k$, $k \in z$	$x = \left(-\frac{1}{2}\right)^n + \pi n$, $n \in z$	$x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k$ $k \in z$
Б	корней нет	$x = (-1)^{k+1} \arcsin \frac{1}{2} + \pi q$, $q \in z$	$x = -\frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in z$
В	$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi m$, $m \in z$	корней нет	$x = \pi - arctg\ 1 + \pi k$, $k \in z$

Решить уравнения:

$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $tgx = 3$

ВАРИАНТ 2

Укажите общую формулу, по которой находится все корни уравнений

	1	**2**	**3**
	$\cos x = -\frac{1}{3}$	**$\sin x = -\frac{1}{4}$**	**$tg\ x = -\frac{1}{5}$**
А	$x = \pi - \arccos\frac{1}{3} + 2\pi\rho$ $p \in z$	$x = (-1)^{k+1} \arcsin \frac{1}{4} + \pi q$, $q \in z$	**$x = -\frac{\pi}{5} - 2\pi k$, $k \in z$**
Б	$x = \pm \arccos\frac{1}{3} + 2\pi k$ $n \in z$	$x = \arcsin\left(-\frac{1}{4}\right) + \pi n$, $n \in z$	$x = \frac{\pi}{5} - \pi k$, $k \in z$
В	$x = \pm\arccos\left(-\frac{1}{3}\right) + 2\pi k$, $k \in z$	$x = (-1)^n \arcsin\left(-\frac{1}{4}\right) + \pi k$, $k \in z$	$x = -arctg\frac{1}{5} + \pi k$, $k \in z$

Решить уравнения:

$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $tgx = -2$

№3. Определение ошибок записи решения элементарных тригонометрических уравнений.

Тест заставляет искать различные типы ошибок, сделанных при записи решения, что чрезвычайно полезно для закрепления правильной формы записи решения.

ВАРИАНТ 1

В некоторых решениях содержатся ошибки. Найдите правильные ответы.

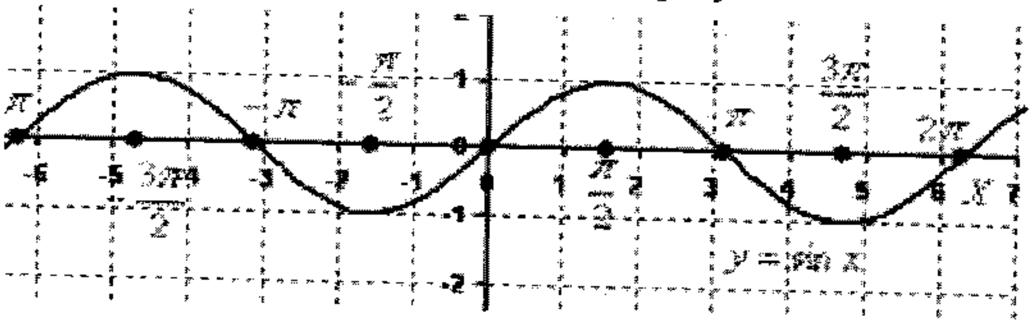
	1	2	3
	$\cos x = \frac{1}{2}$	**$\sin 2x = \frac{1}{3}$**	**$\cos x = \frac{\sqrt{10}}{3}$**
А	$\chi = \pm\frac{\pi}{6} + 2\pi n$ kєz	$\chi = (-\frac{1}{2})^n + \pi n$ nєz	$x = \pm \arccos\frac{\sqrt{10}}{3} + 2\pi m$ mєz
Б	$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$ kєz	$x = (-1)^n \arcsin\frac{1}{6} + \frac{\pi n}{2}$ nєz	$x = \arccos\frac{\sqrt{10}}{3} + 2\pi k$ kєz
В	корней нет	$x = (-1)^n \cdot \frac{1}{2}\arcsin\frac{1}{3} + \pi k$ kєz	корней нет
Г	$x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi m$ mєz	корней нет	$x = \pi - \arccos\frac{\sqrt{10}}{3} + 2\pi m$ mєz

ВАРИАНТ 2

	1	2	3
	$\cos\frac{x}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	**$\mathrm{tg}\, x = \frac{\pi}{4}$**	**$\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$**
А	$x = \pm\frac{3\pi}{4} + \frac{2\pi k}{3}$ kєz	$x = 1 + \pi n$ nєz	$x = \pm\frac{\pi}{6} + 2\pi m$ mєz
Б	корней нет	$x = \mathrm{arctg}\,\frac{\pi}{4} + 2\pi k$ kєz	$x = \pm\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} + 2\pi k$ kєz
В	$x = \pm\frac{3\pi}{4} + 6\pi n$ nєz	корней нет	$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$ kєz
Г	$x = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi m$ mєz	$x = \mathrm{arctg}\frac{\pi}{4} + \pi k$ kєz	корней нет

№4 Тригонометрические неравенства
вариант 1

1.График, какой функции, изображен на рисунке?



a)y=cosx b)y=sinx c) y=tgx d)y=ctgx

2. Какое наибольшее значение принимает функция?
Ответ______________

3.Какие точки являются нулями функции данного графика?

a)(0;0) b)($\frac{\pi}{2}$;0) c) (π;0) d)($\frac{3\pi}{2}$;0)

4.Сколько нулей функции, изображено на графике?
a)1 b)5 c) 3 d)0

5.Сколько полных волн изображено на графике?
. Ответ______________

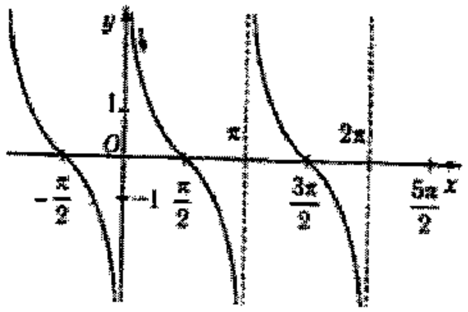
6. Функция y=tgx является:
a)четной b)нечетной c)функцией общего вида

7.Изображеная на рисунке функция :
a)симметрична, относительно начала координат
b) симметрична, относительно оси ординат
c) симметрична, относительно оси абсцисс

8.Период функции y=ctgx
a)π b)2π c) не периодическая

9. Функция, изображенная на рисунке функция на промежутке (- $\frac{\pi}{2}$;0)
a)возрастает b)убывает

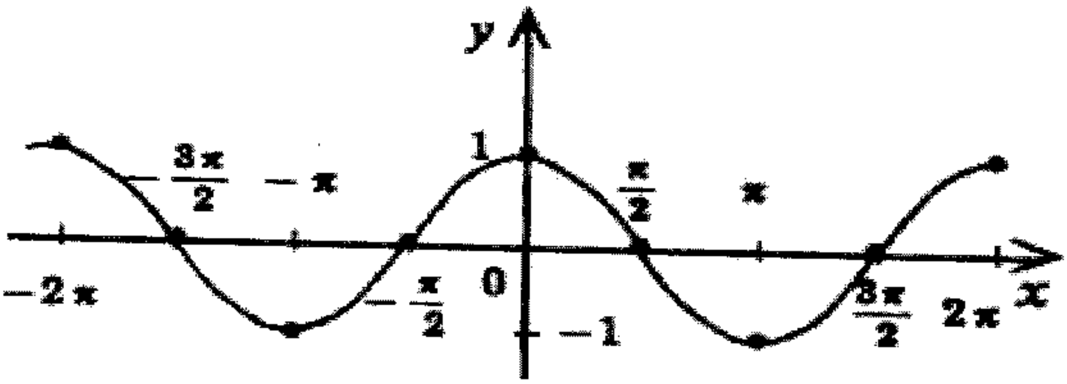
10. На рисунке изображена функция. При каких **x** , не существует данной функции



a)0 b)$\frac{\pi}{2}$; c) π d) $\frac{3\pi}{2}$;

Вариант 2

1.График, какой функции, изображен на рисунке?



a)y=cosx b)y=sinx c) y=tgx d)y=ctgx

2. Какое наибольшее значение принимает функция?

Ответ_______________

3.Какие точки являются нулями функции данного графика?

a)(0;0) b)($\frac{\pi}{2}$;0) c) (π;0) d)($\frac{3\pi}{2}$;0)

4.Сколько нулей функции, изображено на графике?

a)1 b)5 c) 4 d)0

5.Сколько полных волн изображено на графике?

. Ответ_______________

6. Функция y=ctgx является:

a)четной b)нечетной c)функцией общего вида

7.Изображеная на рисунке функция :

a)симметрична, относительно начала координат

b) симметрична, относительно оси ординат

c) симметрична, относительно оси абсцисс

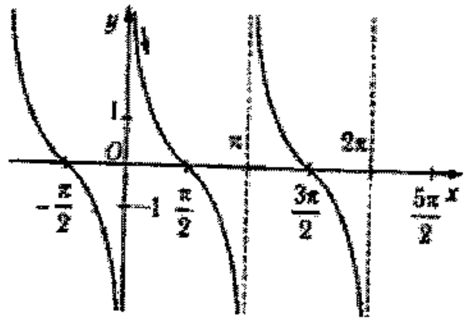
8.Период функции y=tgx

a)π b)2π c) не периодическая

9. Функция, изображенная на рисунке функция на промежутке $(0; \frac{\pi}{2})$

a)возрастает b)убывает

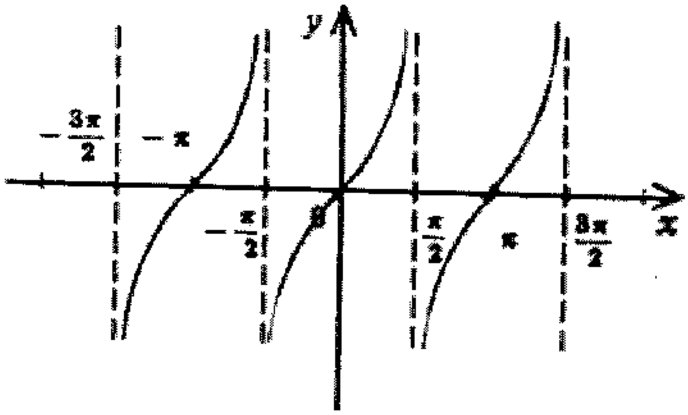
10. На рисунке изображена функция. При каких **x** , не существует данной функции



a)0 b)$\frac{-\pi}{2}$; c) (π d) $\frac{3\pi}{2}$;

Вариант 3

1.График, какой функции, изображен на рисунке?



a)y=cosx b)y=sinx c) y=tgx d)y=ctgx

2. Какое наибольшее значение принимает функция?

Ответ_______________

3.Какие точки являются нулями функции данного графика?

a)(0;0) b)($\frac{\pi}{2}$;0) c) (π;0) d)($\frac{3\pi}{2}$;0)

4.Сколько нулей функции, изображено на графике?

a)1 b)5 c) 3 d)0

5.Сколько полных периодов изображено на графике?
. Ответ______________

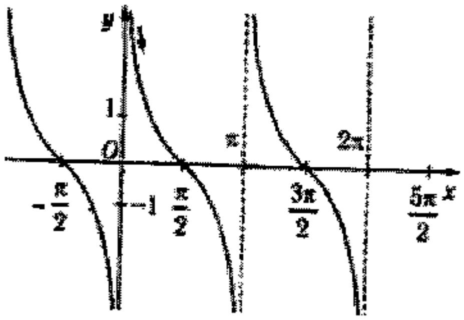
6. Функция y=sinx является:
a)четной b)нечетной c)функцией общего вида

7.Изображеная на рисунке функция :
a)симметрична, относительно начала координат
b) симметрична, относительно оси ординат
c) симметрична, относительно оси абсцисс

8.Период функции y=cosx
a)π b)2π c) не периодическая

9. Функция, изображенная на рисунке функция на промежутке $(0; \frac{\pi}{2})$
a)возрастает b)убывает

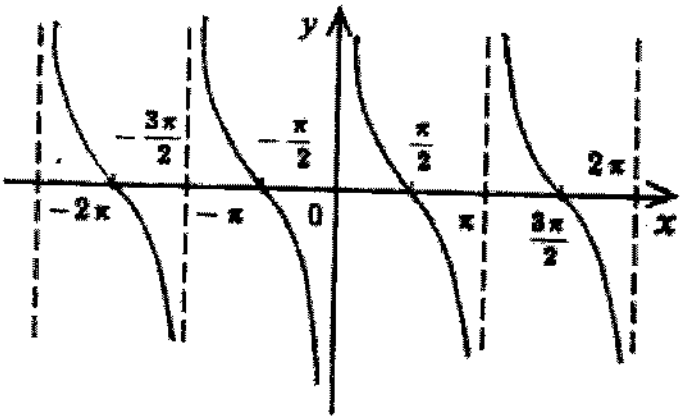
10. На рисунке изображена функция. При каких **x** , не существует данной функции



a)0 b)$\frac{-\pi}{2}$; c) π d) $\frac{3\pi}{2}$;

Вариант 4

1.График, какой функции, изображен на рисунке?
a)y=cosx b)y=sinx c) y=tgx d)y=ctgx



2. Какое наименьшее значение принимает функция y=cosx ?
Ответ_______________

3.Какие точки являются нулями функции данного графика?

a)(0;0) b)($\frac{\pi}{2}$;0) c) (π;0) d)($\frac{3\pi}{2}$;0)

4.Сколько нулей функции, изображено на графике?

a)1 b)5 c) 4 d)0

5.Каков период функции, изображенной на графике?
. Ответ_______________

6. Функция y=sinx является:

a)четной b)нечетной c)функцией общего вида

7.Изображеная на рисунке функция :
a)симметрична, относительно начала координат
b) симметрична, относительно оси ординат
c) симметрична, относительно оси абсцисс

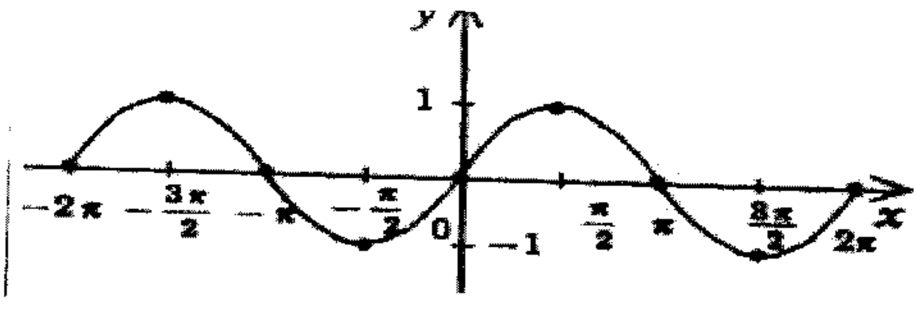
8.Период функции y=cosx

a)π b)2π c) не периодическая

9. Функция, изображенная на рисунке функция на промежутке (0; $\frac{\pi}{2}$)

a)возрастает b)убывает

10. На рисунке изображена функция. При каких **x** , не существует данной функции



. a)0 b)$\frac{-\pi}{2}$; c) π
d) функция сущесвует при всех x

4.1 Учебная серия

Решите простейшие уравнения:

$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$tgx = \frac{1}{\sqrt{3}}$	$2\cos x = 3$
$ctg 2x = -1$	$2\cos\frac{x}{3} = \sqrt{3}$	$\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$	$1 + tg\frac{x}{3} = 0$

4.2«Классификация тригонометрических уравнений».

Цель: привести в систему знания по типам и методам решения тригонометрических уравнений.

1) $3\sin^2 x - \sin x \cos x - 2\cos^2 x = 0.$
2) $\cos^2 x - 9\cos x + 8 = 0.$
3) $\sin 6x - \sin 3x = 0.$
4) $2\cos^2 x + 3\sin x = 0.$
5) $2\sin x \cos x = \cos 2x - 2\sin^2 x$
6) $2\cos^2 x - 11\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 5 = 0$
7) $tg^4 x - 5\, tg^2 x + 4 = 0.$
8) $\cos 2x + \cos(\pi - x) = 0.$
9) $\sqrt{3}\cos x - \sin x = 1.$
10) $3\cos x + \sin x == 5.$
11) $\cos x + \sqrt{3}\sin x = 2$
12) $\sin 7x + \sin 3x = 3\cos 2x$

4.3 Решите неравенства.

1. $\sin 3x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$

2. $tg\, x \geq -1$

3. $\cos 2x \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. $\cos(x + \frac{\pi}{3}) < \frac{1}{2}$

5. $\sin x \leq -\frac{1}{2}$

6. $\cos(3x - \frac{\pi}{3}) < \frac{\sqrt{3}}{2}$

7. $\cos 2x \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$

5.Динамичные блоки уравнений

5.1 Вопрос. Выделение общего алгоритма.

? Особенное!	
1. $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$	**3.** $\mathbf{tg}(2x - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$
2. $\mathbf{\cos}\frac{x}{2} = a^2 + 1$	**4.** $\mathbf{ctg}\, 3x = -\sqrt{3}$

5.2 Вопрос. Предупреждение возможных ошибок.

? Нельзя!
1. $\sin x + \cos x = 0$
2. $\sin^2 x - 5 \sin x \cos x + 4 \cos^2 x = 0$
3. $\sin x \cos x - \cos^2 x = 0$
? можно!

5.3 Найдите лишнее уравнение (на сравнение).

$\sin 4x - \sin 2x = 0$
$\arcsin(x+1) = \frac{\pi}{6}$
$5\cos 3x + 4\cos x = 0$

5.4 Выбор приема решений и нужной формулы.

Решение уравнения.		
Уравнения	Способ решения	Формула
1.$\sin7x + \sin x = \cos3x$ 2. $\sin^2x + \sin^2 2x + \sin^2 3x$ + $\sin x^2 4x = 2$ 3.$2\cos x + 4\sin x = 7$	1.Понижение степени. 2.Оценка левой и правой части. 3.Преобразование, суммы в произведение.	1. $\sin^2x + \cos^2x = 1$ 2. $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-}{2}$ 3. $\sin^2x = \frac{1-\cos2\chi}{2}$

Ответ:

Задание	Ответ
1	
2	
3	
4	

6.Дифференцированная – самостоятельная работа.

Группа А
1.$2\cos^2x + 3\sin x = 0$
2.$\sin2x + \sin x = 0$

Группа Б
1. $2\sin^2x + \cos2x = \sin2x$
2. $\sin7x + \cos4x = \sin x$

Группа В
1.$\cos2x \ \cos x = \cos3x$
2.$\sqrt{3}\cos x + \sin x = 2$

Информационные источники

1.Алимов Ш.А., Колягин Ю.М., Ткачева М.В. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 кл.: учебник. – М.: Изд-во "Просвещение", 2018

2. Башмаков М.И. Математика: учебник. – М.: Издательский центр "Академия", 2015

3.Математика: учебник [электронный документ]/ Григорьев В.П., Сабурова Т.Н.-2-е изд. стер. издание. – М.: ИЦ «Академия», 2018

4. Математика.(СПО).учебник / М.И. Башмаков. — Москва : КноРус, 2019. — 394 с. Режим доступа: https://www.book.ru/view3/929528/1

5. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика учебник для СПО. – М.: Юрайт, 2018

Дополнительные источники

1. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике в 2-х ч. Ч.2.: учебное пособие для СПО. – М.: Юрайт, 2018

2. Алпатов, А. В. Математика [Электронный ресурс] : учебное пособие для СПО / А. В. Алпатов. — 2-е изд. — Электрон. текстовые данные. — Саратов Профобразование, Ай Пи Эр Медиа, 2019. — 162 с. — 978-5-4486-0403-4, 978-5-4488-0215-7. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/80328.html

3. Березина, Н. А. Высшая математика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н. А. Березина. — 2-е изд. — Электрон. текстовые данные. — Саратов : Научная книга, 2019. — 158 с. — 978-5-9758-1888-1. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/80978.html